



# مجلة القلزم للدراستات التطبيقية



ISSN: 1858 - 9553

علمية دولية محكمة - تصدر بالشراكة مع جامعة دنقلا-السودان

## في هذا العدد :

- دور المناطق الحرة في تنشيط حركة التجارة دراسة حالة المنطقة الحرة بمصراتة - ليبيا ( 2000 - 2020م)  
أ.محمد عبد الهادي محمد القبلي
- إستخدام تقنيات تنقيب البيانات في إستكشاف سرطان الثدي (دراسة حاله مستشفى الذرة - الخرطوم ) 2010 - 2021  
أ.مرشد إبراهيم طالب مصطفى
- أثر توفر مقومات الرقابة على اداء العاملين بشركات التأمين(شركة شيكان للتأمين -دراسة تطبيقية)(2015 - 2021م)  
د. معتز محمد سوركتي محمد
- Classification of Parkinson's disease using machine learning algorithms: a comparative study  
Dr.Mohamed Mamoun Abdulerahim -Dr.Ashraf Osman Ibrahim
- Membrane Wastewater Treatment S  
Arafa Kamal aldeen Mohamed Ibrahim-Dr.Mohamed Ahmed Adam Khadam
- Geoelectrical Assessment of the Subsurface by Vertical Electrical Sounding (VES) in Abyei, West Kordofan State, Sudan2022 AD  
Mohamed Babo Elawad Hassaballa-Dr.Adam Khalifa Mohammed  
Dr.Mohamed Adam ginay
- Various Characterizations of Optimal Orlicz domains in Sobolev embeddings into Marcinkiewicz spaces  
Dr. Isam Eldin Ishag Idris – Dr. Aisha Yousif Mustafa.



العدد الأول - جمادي الآخرة 1444هـ - يناير 2023م

مجلة القلزم للدراستات التطبيقية - العدد الأول - جمادي الآخرة 1444هـ - يناير 2023

ردمك ISSN: 1858 - 9553



دار آريثريا للنشر والتوزيع  
Arrythria for Publishing and Distribution

فهرسة المكتبة الوطنية السودانية-السودان  
مجلة القلزم: Al Qulzum Scientific Journal  
الخرطوم : مركز بحوث ودراسات دول حوض البحر الأحمر  
2023 تصدر عن دار آريثيريا للنشر والتوزيع  
السوق العربي-الخرطوم-السودان  
ردمك: 1858-9766  
الخرطوم- السودان

# هيئة التحرير

## الهيئة العلمية والاستشارية

- أ.د. سهام محمد أحمد بخيت - رئيس الهيئة  
- جامعة الزعيم الأزهري - السودان  
أ.د. محمد عبدالوهاب محمد علي - جامعة  
دنقلا - السودان  
أ.د. طارق محي الدين الزاكي - جامعة جدة -  
المملكة العربية السعودية  
أ.د. سامية صادق إسماعيل - جامعة دنقلا -  
السودان  
أ.د. عاصم عثمان الزبير - جامعة دنقلا - السودان  
د. تاج السر علي أحمد عبدالرحمن - جامعة  
الخرطوم - السودان  
د. لنا محمد عبدالمطلب علي - جامعة دنقلا  
د. محمد المأمون عبدالرحيم الخضر - جامعة  
الزعيم الأزهري - السودان  
د. إبتسام محمد بشير إدريس - جامعة الزعيم  
الأزهري - السودان  
د. منى إبراهيم محمد الماحي - محطة أبحاث  
أسماك البحر الأحمر - السودان  
د.صالحة سيد أحمد عبدالله - جامعة دنقلا - السودان  
د. إبتسام محمد عبدالباقي عبدالله - جامعة  
بخت الرضا - السودان  
د. فردوس عمر عثمان عبدالرحمن - جامعة  
غرب كردفان - السودان  
د. معالي سعد العوض مختار - جامعة السودان  
للعلوم والتكنولوجيا - السودان

## المشرف العام

د. الوليد مصطفى إبراهيم - مدير الجامعة

## رئيس هيئة التحرير

أ.د. حاتم الصديق محمد أحمد

## رئيس التحرير

د. عوض أحمد حسين شبا

## سكرتير التحرير

د. حرم مبارك الإمام الحاج

## التدقيق اللغوي

أ. الفاتح يحيى محمد عبد القادر ( السودان )

## الإشراف الإلكتروني

د. محمد المأمون

## التصميم والإخراج الفني

أ. عادل محمد عبد القادر ( السودان )

الآراء والأفكار التي تنشر في المجلة تحمل وجهة نظر كاتبها ولا تعبر بالضرورة عن آراء المركز

ترسل الأوراق العلمية عبر العنوان التالي

هاتف: +249121566207 - +249910785855

بريد إلكتروني : [rsbcsc@gmail.com](mailto:rsbcsc@gmail.com)

السودان - الخرطوم - السوق العربي عمارة جي تاون الطابق الثالث

## موجهات النشر

### تعريف المجلة:

مجلة (الْقَلْزَم) للدراسات التطبيقية مجلة علمية محكمة تصدر عن مركز بحوث ودراسات دول حوض البحر الأحمر- السودان بالشراكة مع جامعة دنقلا- السودان . تهتم المجلة بالبحوث والدراسات العلمية والمواضيع ذات الصلة بدول حوض البحر الأحمر.

### موجهات المجلة:

1. يجب أن يتسم البحث بالجودة والأصالة وألا يكون قد سبق نشره قبل ذلك.
  2. على الباحث أن يقدم بحثه من نسختين. وأن يكون بخط (Traditional Arabic) بحجم 14 على أن تكون الجداول مرقمة وفي نهاية البحث وقبل المراجع على أن يشارك إلى رقم الجدول بين قوسين دائريين (.) .
  3. يجب ترقيم جميع الصفحات تسلسلياً وبالأرقام العربية بما في ذلك الجداول والأشكال التي تلحق بالبحث.
  4. المصادر والمراجع الحديثة يستخدم أسم المؤلف، اسم الكتاب، رقم الطبعة، مكان الطبع، تاريخ الطبع، رقم الصفحة.
  5. المصادر الأجنبية يستخدم اسم العائلة (Hill, R).
  6. يجب ألا يزيد البحث عن 30 صفحة وبالإمكان كتابته باللغة العربية أو الإنجليزية.
  7. يجب أن يكون هناك مستخلص لكل بحث باللغتين العربية والإنجليزية على ألا يزيد على 200 كلمة بالنسبة للغة الإنجليزية. أما بالنسبة للغة العربية فيجب أن يكون المستخلص وافياً للبحث بما في ذلك طريقة البحث والنتائج والاستنتاجات مما يساعد القارئ العربي على استيعاب موضوع البحث وبما لا يزيد عن 300 كلمة.
  8. لا تلزم هيئة تحرير المجلة بإعادة الأوراق التي لم يتم قبولها للنشر.
  9. على الباحث إرفاق عنوانه كاملاً مع الورقة المقدمة (الاسم رباعي، مكان العمل، الهاتف البريد الإلكتروني).
- نأمل قراءة شروط النشر قبل الشروع في إعداد الورقة العلمية.

بسم الله الرحمن الرحيم

## كلمة التحرير

الحمد لله رب العالمين والصلاة والسلام على سيدنا محمد  
وعلى آله وصحبه أجمعين.

وبعد

**القارئ الكريم:**

السلام عليك ورحمة الله وبركاته.. نطل على حضراتكم  
من نافذة جديدة من نوافذ النشر العلمي وهي مجلة القلزم  
للدراسات التطبيقية، ونحن في غاية السعادة والمجلة تصل عددها  
الأول بفضل الله تعالى ومنتته.

**القارئ الكريم:**

هذه المجلة تصدر بالشراكة مع جامعة دنقلا وهي إحدى  
الجامعات السودانية الفتية التي وضعت بصمات مميزة في  
مسيرة البحث العلمي، وهذا العدد هو الأول في إطار هذه  
الشراكة العلمية التي تأتي في إطار استراتيجية مركز بحوث  
ودراسات دول حوض البحر الأحمر في تفعيل الحراك العلمي  
والبحاثي داخل السودان وخارجه.

**القارئ الكريم:**

هذا العدد يشتمل على العديد من البحوث والدراسات  
المهمة ذات البعد النظري والتطبيقي ولضمان نجاح واستمرارية  
هذه المجلة بإذن الله تعالى نأمل أن يرفدنا الباحثون بمزيد من  
اسهاماتهم العلمية المميزة مع خالص الشكر والتقدير للجميع.

أسرة التحرير

## المحتويات

1. دور المناطق الحرة في تنشيط حركة التجارة دراسة حالة المنطقة الحرة  
بمصراتة - ليبيا ( 2000 - 2020م)  
أ.محمد عبد الهادي محمد القبلي.....(7-50)
2. إستخدام تقنيات تنقيب البيانات في إستكشاف سرطان الثدي (دراسة حاله  
مستشفى الذرة - الخرطوم ) 2010 - 2021  
أ.مرشد إبراهيم طالب مصطفى.....(51-64)
3. أثر توفر مقومات الرقابة على اداء العاملين بشركات التأمين (شركة شيكان  
للتأمين-دراسة تطبيقية)(2015 - 2021م)  
د. معتز محمد سوركتي محمد.....(65-86)
4. Classification of Parkinson's disease using machine learning algo-  
rithms: a comparative study  
Dr.MohamedMamounAbdulerahim-Dr.AshrafOsmanIbrahim.....(87-108)
5. Membrane Wastewater Treatment  
ArafaKamalaldeenMohamedIbrahim-Dr.MohamedAhmedAdamKhadam.....(109-136)
6. Geoelectrical Assessment of the Subsurface by Vertical Electrical  
Sounding (VES) in Abyei, West Kordofan State,  
Mohamed Babo Elwad Hassaballa-Dr.Adam Khalifa Mohammed -  
Dr.MohamedAdamginay.....(137-156)
7. Various Characterizations of Optimal Orlicz domains in Sobolev em-  
beddings into Marcinkiewicz spaces  
Dr.IsamEldinIshagIdris-Dr.AishaYousifMustafa.....(157-226)

# دور المناطق الحرة في تنشيط حركة التجارة (دراسة حالة المنطقة الحرة بمصراتة - ليبيا) (2000-2020م)

طالب دكتوراه - كلية الاقتصاد - جامعة الزعيم  
الأزهري

أ. محمد عبد الهادي محمد القبي

## المستخلص:

تهدف الدراسة إلى التعرف على المنطقة الحرة بمدينة مصراتة الليبية ودورها في تنشيط حركة التجارة الداخلية والخارجية بالنسبة لليبيا، وتنبع أهمية الدراسة من أهمية المدينة نفسها ودورها في تنشيط حركة التجارة، استخدمت الدراسة المنهج الوصفي التحليلي باستخدام دراسة الحالة ، بحيث تم الاعتماد على المراجع والمصادر التي تطرقت لموضوع المناطق الحرة بشكل عام ، وأعتمد المنهج التحليلي في تحليل بعض المؤشرات الاقتصادية للمنطقة الحرة بمصراتة بحسب بيانات حركة النشاط الاقتصادي بها. وقد أظهرت النتائج أن المنطقة الحرة بمصراتة منذ إنشائها لا زال النشاط التجاري فيها أكثر من أي نشاط آخر كنشاط الصناعات التصديرية.

الكلمات المفتاحية : المناطق الحرة ، التجارة ، المنطقة الحرة بمصراتة ، ليبيا .

## The role of free zones in stimulating trade Case study of the free zone in Misurata ,Libya (2000- 2020 AD)

**Mohamed Abdulhadi Algubbi**

### **Abstract:**

The study aims to identify the free zone in the Libyan city of Misrata and its role in activating the internal and external trade movement for Libya .The importance of the study stems from the importance of the city itself and its role in activating the commercial movement And the sources that dealt with the issue of free zones in general ,and the analytical approach was adopted in analyzing some economic indicators of the free zone in Misurata according to the data of the movement of economic activity in it.The results showed that the free zone in Misurata ,since its inception ,still has more commercial activity than any other activity ,such as the activity of export industries.

**Keywords:** free zones ,trade ,free zone in Misrata ,Libya.

### **المقدمة :**

لقد واجه تمويل التنمية الاقتصادية عن طريق القروض والإعانات الأجنبية مشاكل عديدة واتجهت الأنظار إلى الاستثمار الأجنبي كوسيلة لتمويل التنمية لا يترتب عليها التزامات سياسية واقتصادية في المستقبل . وقد برزت فكرة إنشاء المناطق الحرة كنوع من أنواع الاستثمار يُحفز الاقتصاد من خلال أثارها الاقتصادية الهامة والتي تظهر من خلال تحسين وتنشيط حركة التبادل التجاري وزيادة النقد الأجنبي وتنمية الأقاليم النائية ودورها في تفعيل النشاط الاستثماري في القطاع التجاري والصناعي والخدمي .

كل هذه أسباب دعت دولة ليبيا إلى الدخول في هذا الميدان بإنشاء المنطقة الحرة بمصراتة للمساهمة في تحقيق الأهداف الاقتصادية بالبلاد ، حيث تتمتع المناطق الحرة بإعفاءات جمركية وإعفاءات أخرى تساهم في توسيع نطاق التجارة الخارجية ومن ثم جاء هذا البحث لبحث مدى مساهمة المنطقة الحرة بمصراتة في تنشيط تجارة العبور وتوفير النقد الأجنبي .

### **مشكلة البحث :**

رغم أن ليبيا تتمتع بموقع جغرافي مُميز ، تمتد رقعتها الشاسعة من وسط أفريقيا الشمالي حتى مرتفعات وسط القارة الأفريقية ، وترتبط بين القارتين الأوروبية والأفريقية ، وتُطل ليبيا على البحر الأبيض المتوسط بساحل طوله قرابة 1900 كم شمال القارة الأفريقية إلا أن المنطقة الحرة بمصراتة لم تحقق أرقاماً قياسية في معدلات التبادل التجاري بالرغم من توفر كافة المميزات والكفاءات التي تساعد على ذلك ، وتتمثل معرفة مساهمة المنطقة الحرة بمصراتة في زيادة موارد

الدولة من تجارة العبور وذلك من خلال السؤالين التاليين :

1. ما هو حجم مساهمة المنطقة الحرة بمصراته في تنشيط حركة التجارة ؟
2. هل ساهمت المنطقة الحرة بمصراته في إنشاء قطاع تجاري متقدم ؟

### **أهمية البحث :**

تكمن أهمية هذا البحث من أهمية نظام المناطق الحرة وأثرها على الاقتصاد الوطني وذلك من خلال إيضاح حقيقة وأبعاد هذا النظام وما يمكن أن يخلفه من آثار ونتائج مختلفة على المجتمع .

### **أهداف البحث :**

يهدف البحث إلى التعرف على المنطقة الحرة بمصراته ودورها في تنشيط حركة التجارة والمكاسب والمنافع المتوقعة ، والتعرف على العوامل التي من الممكن أن تؤدي إلى نجاح هذه المناطق بشكل عام والقيود المفروضة عليها والعقبات التي تعترضها لا سيما في المنطقة الحرة بمصراته مع بيان الكيفية التي تواجه بها هذه العقبات التي تحول دون تحقيق أهدافها التي أنشئت من أجلها .

### **فروض البحث :**

الفرض الأول : تواجه المنطقة الحرة بمصراته عدة عقبات في ليبيا أبرزها عدم الاستقرار الاقتصادي واستمرار السياسات الاقتصادية على ما هي عليه منذ إنشائها حتى نهاية 2010م ، وإلى عدم الاستقرار السياسي منذ سنة 2011م .

الفرض الثاني : يرتبط نجاح المنطقة الحرة بمصراته في إنشاء نظام تجاري متقدم بمدى توفر البنية الأساسية والإدارة الكفؤة والتخطيط الجيد .

### **منهجية البحث :**

اعتمد الباحث في هذا البحث على المنهج الوصفي التحليلي بأسلوب دراسة الحالة الذي ساعد في تحليل البيانات واستنباط النتائج المتعلقة بالمشكلة المطروحة في البحث ، وتبعاً لطبيعة الموضوع تم استخدام المنهج التاريخي لإبراز نشأة المنطقة الحرة بمصراته وسرد وقائع تطورها .

### **مفهوم المناطق الحرة :**

ليس هناك اتفاق على تعريف مُحدد للمنطقة الحرة ، والتشريعات المختلفة للدول التي تنظم أسلوب العمل بالمناطق الحرة في العالم لم تضع تعريفاً مُحدداً للمنطقة الحرة ، وإنما وضعت تحديداً لحدود المنطقة أو الإجراءات والتنظيمات الجمركية التي يخضع لها نظام العمل بداخل المنطقة الحرة أو تعيين مجالات النشاط التي من الممكن ممارسته داخل حدود تلك المناطق .

ففي ليبيا تُعرّف المناطق الحرة بأنها «المناطق التي تنشأ في الموانئ والمطارات داخل نطاق الرقابة الجمركية أو في داخل البلاد ، وتتمثل في رقعة الأرض ، وتحاط بسيياج ، ويتم تقسيمها وإعدادها في إطار خطة الدولة ، ويُصرح داخلها بإقامة مشروعات خاصة برؤوس أموال أجنبية أو وطنية أو مشتركة ، وتعتبر من الناحية القانونية خارج إقليم الدولة»<sup>(1)</sup> . وفي التشريع الأردني الصادر

عن مؤسسة المناطق الحرة من خلال القانون رقم 32 لسنة 1984م في المادة الثانية أن المناطق الحرة هي «جزء من أراضي المملكة الأردنية محدد ومسور بحاجز فاصل توضع فيه البضائع لغايات التخزين والتصنيع مع تعليق استيفاء جميع الضرائب والرسوم المترتبة عليها، وتعتبر البضائع وكأنها خارج المملكة»<sup>(2)</sup>. وتُعرف المناطق الحرة في سوريا بأنها «أجزاء من الأرض الوطنية محددة ومسورة وتعتبر منطقة حياض جمركي بحيث لا تخضع السلع الداخلة إليها من الخارج للرسوم الجمركية ولا تنطبق عليها الأنظمة والقيود الاقتصادية أو الأنظمة السارية داخل القطر، ويمكن إجراء عمليات صناعية على المواد والسلع الداخلة إليها وجميع هذه العمليات مُعفاة من الضرائب باستثناء البدلات المتوجّهة لصالح المؤسسة العامة للمناطق الحرة»<sup>(3)</sup>. وتُعرف في الجزائر بأنها «مساحات حدودها مضبوطة وتُمارس فيها أنشطة صناعية وتجارية وخدمات طبقاً للشروط الواردة في المواد 25 إلى 34 من المرسوم التشريعي رقم 12-93 المؤرخ في 05 أكتوبر 1993م، ويمكن أن تشمل أرض الأساس على مطار أو ملك وطني مينائي أو تقع بالقرب من ميناء أو مطار أو منطقة صناعية، وإذا تضمنت المنطقة الحرة، كلياً أو جزئياً، ميناء أو مطار يبقى التشريع والتنظيم في مجال الأملاك الوطنية المينائية أو المطارية مُطبقين عليها، لا سيما فيما يخص المهام المرتبطة بممارسة صلاحيات السلطة العمومية»<sup>(4)</sup>. ومن المتعارف عليه في مصر أن المنطقة الحرة «تقام على مساحة من الأرض محاطة بالسياج وتقع داخل الحدود الجمركية الوطنية، والمنطقة الحرة في الغالب تجاور أو تدخل في نطاق ميناء بحري أو جوي، وفيها يتم استقبال السلع والمنتجات دون إخضاعها للإجراءات الجمركية العادية التي تخضع لها السلع المستوردة من الخارج إلى داخل الدولة، وهذه الدولة لا تحصل على رسوم عن تلك السلع والمنتجات إلا إذا سُحبت كورادات للسوق المحلي سواء ظلت على حالتها عند إدخالها للمنطقة الحرة أو اتخذت شكل آخر نتج عن عمليات تشكيلية أو تحويلية صناعية أُجريت عليها»<sup>(5)</sup>.

كما تُعرف المناطق الحرة بأنها «جزء من أراضي الدولة الداخلة في حدودها السياسية، ولكنها تعتبر أجنبية في نظر القانون الجمركي فقط، فلا يسري عليها، وهذه الأراضي لا تخضع للقيود الجمركية والاستيرادية والتصديرية والنقدية فيما يتعلق بأعمالها التجارية والصناعية والمالية مع العالم الخارجي، إذ أنها تزاوّل بحرية تامة تداول السلع بما يسمح للمال العربي والأجنبي بالاستثمار فيها مُتمتعاً بأكبر المزايا والضمانات، وذلك تشجيعاً للتجارة الدولية ولتسيير سبل التنمية الاقتصادية وتدعيماً للعلاقات الاقتصادية الدولية وإسهاماً بفاعلية في تقدم الشعوب ورخائها، وكل هذا طالما تحقق لهذه المناطق مقومات نجاحها من نظام سليم وسلامة في التطبيق، وموقع جغرافي ممتاز، ورأس مال متدفق ليُستثمر، ومشروعات ملائمة، ومزايا وضمانات وحماية بفاعلية، وسبل للاتصالات والتحرّكات المُيسرة»<sup>(6)</sup>. ويرجع هذا الاختلاف ما بين الباحثين فيما يخص تحديد وضبط مفهوم المناطق الحرة إلى عدة أسباب أهمها: اتساع وتطور نشاطات المناطق الحرة وتعدد وتنوع أهدافها السياسية والاقتصادية والاجتماعية لكل دولة على حده، وبالتالي يلاحظ أنه لم يكن هناك اتفاق على مفهوم واحد شامل للمناطق الحرة، وهذا يرجع إلى التشريعات والقوانين

التي نظمت عمل المناطق الحرة والتي لم تضع تعريفاً مُحدداً بل وضعت مجموعة من الأسس والقواعد للعمل بها داخل المناطق الحرة. وحاول معهد التنمية للمغرب العربي تطوير مفهوم المناطق الحرة، فقد قام باستبدال التسمية من المنطقة الحرة إلى تسميتها بالمنطقة الاقتصادية الحرة، وذلك سعياً من المعهد في أن يستوعب المفهوم مُختلف أنواع المناطق، وحرصاً منه على إبراز دلالات هذا المصطلح الجديد كالتالي: (7)

### المنطقة :

تعني مساحة أو إقليم أو فضاء معين مُحدد جغرافياً وإدارياً .

### الاقتصادية :

على أساس أن النظام الذي تتخصص فيه المنطقة الحرة يتعلق بالأنشطة ذات الطابع الاقتصادي من تجارة وصناعة وخدمات .

### الحرّة :

الحرية داخل المنطقة مقارنة بالقيود والقوانين المنظمة للحياة الاقتصادية الجاري العمل بها داخل البلد المضيف لها، حيث تمنح للمستثمر حوافز تتناسب مع طبيعة النشاط من خلال تخفيض أو إلغاء كل تلك القيود والتعقيدات . وفي جميع الأحوال فإن هذه الحرية تكومشروطة بتحقيق جملة من الأهداف التي تتماشى مع طبيعة النشاط الممارس داخل المنطقة. (8) ومن جهة أخرى فإن المناطق الحرة لها عدة أشكال تعددت من خلالها تعريفات المنظمات الدولية الخاصة حول تحديد مفهوم هذه المناطق، وفيما يلي نعرض بعض منها: وصف البنك الدولي المناطق الاقتصادية الحرة أنها «مناطق تقام على مساحات من عشرة إلى ثلاثمائة هكتاراً مخصصة للصناعات الموجهة للتصدير، وتعمل هذه الصناعات من خلال سياسات وبيئة تتميز بالحرية والشفافية» (9) وتعرفها منظمة العمل الدولية بأنها «مناطق تهدف إلى جذب الشركات الأجنبية للإنتاج من أجل التصدير، وذلك من خلال الاستفادة من بعض الحوافز المالية والنقدية» (10). وهناك تعريف آخر لمنظمة الأمم المتحدة للتنمية الصناعية (اليونيدو) على أنها «مناطق صغيرة نسبياً ومُتفرقة جغرافياً داخل الدولة، وتهدف إلى جذب الاستثمارات الأجنبية لإنشاء صناعات تصديرية من خلال سياسات خاصة محفزة للاستثمار» (11). وتعرفها منظمة الأمم المتحدة للتجارة والتنمية (الأونكتاد) بأنها «مناطق في شكل جيوب وغالباً ما تتوطن هذه المناطق بالقرب من ميناء أو مطار دولي، ويتم تصدير إنتاج هذه المناطق للخارج، ولا يخضع استيراد المواد الخام والمنتجات الوسيطة والآلات والمعدات التي تحتاجها صناعات هذه المناطق للرسوم الجمركية» (12). وحسب اتفاقية كيوتو تُعرف المنطقة الحرة على أنها «جزء من إقليم الدولة، حيث السلع المُتواجدة في هذه المنطقة غير خاضعة للرسوم الجمركية المعمول بها في باقي الوطن، كذلك الحقوق والرسوم الخاصة بالواردات، فهي غير خاضعة للرقابة الدائمة لمصلحة الجمارك» (13). وهناك تعريف مقترح من قبل لجنة الإحصاء لمنظمة الأمم المتحدة للمنطقة الحرة بأنها «مجال جغرافي حدوده ثابتة ومدخله مُراقب من طرف مصلحة الجمارك، حيث يمكن للسلع القادمة من الخارج عبور الحدود الجمركية دون

الخضوع للحقوق أو للمراقبة ما عدا تلك التي يمنع دخولها من طرف القانون، ثم تستطيع لاحقاً الخروج دون أن تخضع لحقوق أو مراقبة الصادرات، وإن السلع من مختلف الأنواع توجه إلى الخارج، باستثناء تلك التي يمنع خروجها من طرف القانون»<sup>(14)</sup>. ويُعرف خبراء المنظمة العربية للعلوم الإدارية المنطقة الحرة بأنها «جزء من الأرض تابعة لدولة ما، سواء كانت ضمن ميناء ما أو بجواره أو مدينة داخل حدود الدولة، ويتم إيضاح حدوده الجغرافية بطريقة قاطعة (سور أو حاجز خاص) وعادةً يتم إعدادها وتجهيزها بالمرافق العامة، ولها استراتيجية واضحة فيما يتعلق بالأنشطة التي يجب أن تُمارس داخلها، وتعتبر المنطقة الحرة جمركياً امتداداً للخارج، فهي معزولة جمركياً إلا أنها خاضعة للسيادة الوطنية من وجهة النظر السياسية، كما يصرح بإقامة المشروعات الخاصة داخل المنطقة الحرة برؤوس الأموال المحلية والأجنبية ولا محل لدفع أية رسوم جمركية على السلع فيها إلا عند اجتيازها حدود المنطقة الحرة إلى داخل الدولة، كما تحل ضريبة الصادرات على السلع الوطنية الخاضعة لهذه الضريبة عند دخولها المنطقة الحرة»<sup>(15)</sup>.

من خلال هذا العرض يبدو واضحاً أنه لا يوجد تعريف مُوحد مُتفق عليه لمفهوم المنطقة الحرة في التشريعات المختلفة للدول أو للمنظمات الدولية أو في الأدبيات الاقتصادية الأخرى المُقترحة من قبل الهيئات والاقتصاديين. ولكن يلاحظ أن هناك توافق بين أغلب التعاريف على الملامح العامة وفي مجالات التطبيق والأهداف طبقاً لظروف كل دولة على حده من حيث النظم الاقتصادية والاجتماعية والتنظيمية. وبناءً على ما سبق يمكن أن نقدم فيما يلي محاولة لإعطاء تعريف شامل للمنطقة الحرة من واقع الأسس العامة وعدد من العناصر والقواعد الرئيسية الواجب توافرها والتي تعارف العالم على ضرورة وجودها بالمناطق الحرة :

المنطقة الحرة هي جزء من أرض الدولة المُضيفة، يقع داخل حدود هذه الدولة على منافذها سواء البرية أو البحرية أو بالقرب منها، ويكون مُحددًا جغرافياً ومعزولاً بحدود عن بقية الأقاليم الجمركية في البلد المُضيف، وهذا ما يعرف بالحزام الجمركي، ويتم إخضاعه لقواعد قانونية خاصة تطبق بداخله، وسياسياً يخضع للسيادة الوطنية الكاملة للدولة المُضيفة، ويتم تحديد الأنشطة التجارية والصناعية والخدمية به .

فالمناطق الحرة تُعد من الناحية الجمركية امتداداً للخارج، ولكنها في نفس الوقت تخضع سياسياً وإدارياً وأمنياً للسيادة الوطنية، وبالنسبة للمشروعات التي تُقام داخل المنطقة الحرة تُعامل كما لو كانت مُقامة خارج الحدود السياسية للدولة من الناحية الجمركية فقط، هذا فضلاً عن تطبيق القانون الخاص بالمتعلق بالاستثمار والمناطق الحرة. وتقوم المنطقة الحرة بالأساس لتحقيق أهداف اقتصادية واجتماعية للدولة المُضيفة في إطار الخطة العامة التي تسعى الدولة إلى تحقيقها .

### أشكال المناطق الحرة :

شهد العالم العديد من الأشكال والصور المختلفة للمناطق الحرة على مر العصور، ومن خلال العرض التاريخي السابق لتطور المناطق الحرة أتضح الاختلاف في مُسميات المناطق الحرة

وفقاً لطبيعة ونوعية النشاط الذي تمارسه كل منطقة على حده وطبقاً للأهداف التي يُأمل تحقيقها من وراء إقامة هذه المناطق ، فهناك مناطق يغلب عليها النشاط التجاري والذي يعتمد على الاستيراد والتصدير ، وأخرى يسودها النشاط الصناعي حيث تدخل فيها عمليات تحويل المواد إلى منتجات تامة الصنع لغرض تصديرها للخارج ، وهناك مناطق أخرى تسودها أنواع أخرى من الأنشطة ، وهذا ما يجعل من الضروري عرض الأشكال المختلفة التي تأخذها المناطق الحرة ، وتتمثل هذه الأشكال في الآتي :

### **أولاً : المناطق التجارية الحرة :**

المنطقة التجارية الحرة هي منطقة محدودة المساحة وتقع عادةً داخل أو بالقرب من ميناء أو مطار أو في منطقة حدودية تفصل بين دولتين حتى تكون قريبة من سوقها التجاري، وتكون فيها التبادلات التجارية غير مُقيّدة ، والتجارة مع العالم الخارجي تكون غير محدودة ومسموحة ، وتهدف إلى تشجيع التصدير ، ولا يقتصر تأثيرها على منطقة محددة بل يمتد ليشمل نطاق أوسع من إقليم الدولة المعنية كتلك الموجودة بين الولايات المتحدة الأمريكية والمكسيك.<sup>(16)</sup> والنشاط الرئيسي للمناطق الحرة التجارية هو النقل وإعادة التصدير وتسهيل الشحن من باخرة إلى أخرى ، واعتبرت منذ القدم كمركز للتخزين والتغليف وإعادة التعبئة التي تستهدف إعادة شحن البضائع للأسواق العالمية .وبذلك فالمنطقة التجارية الحرة يُسيطر عليها نشاط التخزين وعمليات التفريغ وإعادة الشحن للبضائع التي يتم تداولها عالمياً . وطالما سيتم إعادة شحن السلع المستوردة للمنطقة للخارج فإن ضرائب الاستيراد والرسوم الجمركية والقيود التجارية الأخرى ملغية.<sup>(17)</sup> وتتواجد معظم هذه المناطق في الطرق التجارية الدولية أو تكون قريبة منها كما هو الحال في المناطق التجارية الحرة الخاصة بالدول المتقدمة ، وذلك بهدف التسريع في ترتيب السلع والتخليص الجمركي للسلع الموجهة للتصدير ، وتحمل هذه المناطق على عاتقها دوراً إضافياً بتوجهها نحو الأسواق المحلية ، إلا أن النشاطات التي تتم داخلها تبقى تحتفظ في الأساس بخصيتها التجارية.وقد أخذت المنطقة التجارية الحرة في الجانب التطبيقي لها عدة أشكال وتتمثل في الآتي :

### **المناطق الحرة بالموانئ البحرية :**

تُعرّف المنطقة الحرة بالموانئ البحرية على أنها تلك المنطقة التجارية البحرية التي تقع داخل ميناء بحري مُتكونة من مساحة بحرية واسعة وتشتمل على مخازن ومرافق لخدمة الميناء، وكان الهدف منها قديماً هو تخزين البضائع وإعادة شحنها دون دفع أي ضرائب أو رسوم جمركية عليها . ويتخصص هذا النوع في العصر الحديث في نقل البضائع ، تخزين السلع ، النشاطات ذات الطابع التجاري البحث ، بحيث يمكن للمنتجات أن تُركب وتُنتج وتُجمع داخل هذه المناطق .<sup>(18)</sup> وتمتد المنطقة الحرة في الوقت الحاضر أحياناً لتشمل المدينة التي يقع بها الميناء بأكملها ، حيث يتم إنشاء الفنادق والمنشآت السياحية والأسواق الحرة والمراكز التجارية إلى غير ذلك من المرافق التي تخدم المدينة ، وتعتبر المدينة في هذه الحالة ميناء حر لا تخضع المعاملات التجارية فيها سواء كانت للأفراد أو لشركات للضرائب أو الرسوم الجمركية .

## المناطق الحرة بالموانئ الجوية :

وهي مناطق محددة المساحة يتم إقامتها داخل المطارات وتكون مغلقة وتخزن فيها البضائع وتشحن منها ، وأحياناً تمارس عمليات بسيطة من تصنيع أو تجميع وتركيب قبل إعادة شحنها وتصديرها . ولا تُدفع رسوم على تلك البضائع والصناعات المُقامة داخل هذه المناطق ، وتعتبر أساساً مناطق لإعادة التصدير ، وقد تتم في هذه المناطق عمليات إنتاج البضائع الخفيفة وتشحن عن طريق الجو مثل الآلات الخفيفة والأدوية والإلكترونيات ، وتعد المنطقة الحرة بمطار شانون الدولي بإيرلندا أفضل مثال على هذا النوع .<sup>(19)</sup>

## المخازن الحرة :

تعتبر المخازن الحرة نوع من أنواع المناطق الحرة ذات الطابع التجاري ، وتعتبر توسعاً لفكرة المناطق التجارية الحرة . وهذه المناطق تتعدى حدود الشحن والتخزين ، ومن العمليات المُتاحة في مُستودعات التخزين إمكانية فحص وأخذ عينات من السلع ويمكن إجراء عملية تصنيف وترتيب السلع والمنتجات وعملية التنظيف وإفراغ البضائع وتغليفها ، وهناك إمكانية للتصليح في حالة وجود أي عطل بأحد المركبات المُخزنة بالمنطقة دون الأخذ بعين الاعتبار الرسوم والحقوق الجمركية في حالة تقييم تلك المركبات . ويُعرف الخبراء الاقتصاديين المخازن الحرة بأنها مكان محدد جغرافياً ، يستفيد من مزايا مرتبطة بالنظام الاقتصادي للمستودعات ، وتكون هذه المخازن مفتوحة للأشخاص من كل الجنسيات والتي ترغب في خدمات التخزين للمنتجات المستوردة وكذلك المُصدرة ، وتتراوح الفترة المقدرة للتخزين بين السنتين إلى خمس سنوات ، خلاف مناطق التجارة الخارجية والتي تكون فيها فترة التخزين غير محددة ، كما أن مناطق التجارة الخارجية تمنح لمستخدميها إمكانيات خاصة بالتصرف في السلع بشكل واسع وتسمح لهم بالقيام بعمليات متنوعة جداً ، في حين أن المخازن الحرة تنحصر في عمليات الإصلاح والتحويل البسيط ، وهذه المخازن تنشط عادة لحساب مؤسسات ، وتُسيّر من طرف وكلاء معتمدين من قبل تلك المؤسسات .

## المتاجر غير الجمركية :

تعتبر المتاجر غير الجمركية مناطق حرة تجارية مُتخصصة في البيع بالتجزئة خارج النطاق الجمركي ، وتقع عادة في الموانئ البحرية أو المطارات أو في محطات السكك الحديدية ، أي في أماكن تواجد حركة للمسافرين بحيث يتم عرض البضائع والسلع عليهم دون الخضوع للرسوم الجمركية والقيود التجارية الأخرى . ويرى فريق من الاقتصاديين أن هذه المناطق الحرة الصغيرة للتجزئة ليست ذات أهمية كبيرة على الاقتصاد الكلي باستثناء تلك الدول المحاذية للجزر والتي تعرف إقبالاً كبيراً للسياح كجزر الكرايب<sup>(20)</sup> مثلاً ، حيث تحقق هذه المتاجر مداخيل كبيرة .

في حين يرى فريق آخر بأن المتاجر غير الجمركية لا يمكن اعتبارها دائماً كمناطق حرة ، حيث أن الإعفاءات التي تم أخذ الموافقة عليها ليست دائماً ذات طبيعة جمركية كما هو الحال في المناطق الحرة التقليدية ، لأن أغلب الإعفاءات تكون ضريبية على السلع الكمالية ، ولعل خير دليل على ذلك هو أن السلع المُباعة في هذه المتاجر غير الجمركية تشهد أسعارها ارتفاعاً

مقارنة بما هو عليه خارج هذه المتاجر . ويمكن القول أن هذه المتاجر وضعت في الأساس لجلب السياح ، فالكونغرس الأمريكي مثلاً يعتبر أن المبيعات خارج الرسوم الجمركية تمثل عامل هام جداً لجلب السياح الأجانب إلى الولايات المتحدة الأمريكية ، الأمر الذي له الأثر الإيجابي على ميزان المدفوعات ، وبناءً عليه في سنة 1988م عدل القانون الأمريكي الصادر سنة 1930م وذلك بالسماح لاتساع المتاجر غير الجمركية .

### **مناطق تجارة العبور (الترانزيت) :**

تجارة الترانزيت تعني البضائع العابرة لأراضي دولة ثالثة أثناء انتقالها بين الدولة المصدرة إلى الدولة المستوردة ، وتعتبر هذه التجارة من أهم مجالات التجارة الدولية لما يترتب عليها من توجيه للبضائع إلى الأسواق المختلفة ، إضافة لما ينتج عن ذلك من عمليات عديدة من نقل وتأمين وخلاف ذلك ، الأمر الذي يؤدي إلى تحقيق مكاسب كبيرة تعود بالفائدة على الاقتصاد الوطني للدولة المضيفة ، وتتمركز مناطق تجارة العبور في الدوائر الجمركية ، فهي مخازن عبور يتم إنشاءها لهذا الغرض ، وتعتبر مدخل ومخرج للدولة التي ليست لها منافذ بحرية مثل سويسرا والنمسا والمجر وباراغواي وبوليفيا .

### **ثانياً : المناطق الصناعية الحرة :**

تعتبر المناطق الصناعية الحرة مزيج بين أداتين من أدوات التنمية الاقتصادية وهما التجارة والصناعة . وتُعرف هذه المناطق بأنها مناطق يُرخص فيها بإنشاء مصانع تقيمها الهيئات الصناعية الأجنبية والمحلية للاستفادة من التسهيلات التي يمنحها قانون هذه المناطق ، وقد تشمل العمليات الصناعية في المنطقة لإجراء تعديلات جوهرية بما في ذلك عمليات التحويل أو التجميع أو التكرير، ثم يُعاد تصديرها أو سحب جزء منها للاستهلاك المحلي بعد استكمال الإجراءات المحلية المتبعة بالدولة. ونجد في الميدان العملي أن المناطق الصناعية الحرة تنقسم بدورها إلى المناطق الصناعية الحرة للتصدير وإلى مناطق المؤسسات والمناطق الصناعية العلمية ، وفيما يلي توضيح لهذه الأشكال :

### **المناطق الصناعية الحرة للتصدير :**

إن ظهور هذا النوع من المناطق الصناعية الحرة كان نتيجة لعدة استراتيجيات مُتبعة من قبل الدول المضيفة . وخلال عقد الستينات من القرن العشرين وحتى نهاية عقد الثمانينات لوحظ وجود اهتمام كبير من قبل الدول النامية بوضع سياسات موجهة لتشجيع تصدير المنتجات الصناعية وهذا من خلال تبنيها فكرة إنشاء المناطق الصناعية الحرة للتصدير ، خاصة في دول آسيا وأمريكا اللاتينية ، حيث أعجبت هذه الدول بالنجاح الذي حققته أول منطقة من هذا النوع وهي منطقة شانون بايرلندا سنة 1959م.<sup>(21)</sup> وتعتبر المنطقة الصناعية الحرة للتصدير أحدث مرحلة من بين مراحل التطور التي مرت بها معظم الموانئ الحرة التي عُرفت قديماً. وترى الدول النامية في هذا النوع من المناطق الحرة أنه يعتبر وسيلة لتحقيق التنمية وذلك من خلال الحصول على الاستثمارات الأجنبية وجلب رؤوس الأموال وخلق فرص عمل جديدة والزيادة في الصادرات بدخول الأسواق الأجنبية بمنتجات أكثر تنافسية ، ولغرض النهوض باقتصادها وتحقيق الرفاهية الاجتماعية

لمواطنيها. وتُعرف المنطقة الصناعية الحرة للتصدير بأنها منطقة صناعية مُخصصة تقع جغرافياً وإدارياً خارج الحدود الجمركية للدولة ، وهي نوع حديث نسبياً مقارنة بالمنطقة التجارية الحرة ، ومُنْتَشَر بشكل واسع ويرتبط بمجال محدد ويتواجد داخل ميناء أو بجواره حيث ما تكون التجارة مع العالم الخارجي مسموحة بدون قيود ، ويتركز فيها أساساً الإنتاج الصناعي بهدف التصدير ، وتزود المباني بالخدمات لتحويل المواد الأولية ومستلزمات الإنتاج والسلع الوسيطة المستوردة في الغالب من الخارج إلى منتجات نهائية موجهة للتصدير ، وأحياناً يمكن أن توجه جزء من هذه المنتجات للسوق المحلية بشرط أن يُدفع عنها الرسوم الجمركية المعتادة ، ويُطبق بالمنطقة نظام مُتكامَل من التسهيلات لجذب المستثمرين مع سهولة إقامتهم ، وعلى العموم فإن هذه التسهيلات تكون مصحوبة بحوافز أخرى .

### مناطق المؤسسات :

وتسمى أيضاً مناطق الاستثمار ، نشأت هذه المناطق بهدف مساعدة الجهات الأقل نمواً وكذلك لجذب وتنمية الاستثمارات وبالخصوص الاستثمارات الوطنية الخاصة أكثر منها لجذب الاستثمارات الأجنبية ، وتشجيعها على إقامة مشروعات في المناطق الراكدة اقتصادياً ، وترتكز غالباً في الدول المتقدمة بهدف التخفيف من حدة المشاكل المطروحة على الساحة الاقتصادية والاجتماعية فيها ، وتعتبر هذه المناطق مجالاً للاستثمار وحيزاً مهماً للتشغيل ، وقد تم استحداث هذا النوع من المناطق الحرة كنتيجة لمجموعة من الأسباب التي ميزت المحيط الاقتصادي لمعظم الدول الصناعية الكبرى ومنها القيود والإجراءات الإدارية المتعددة والقواعد التنظيمية والقانونية الجامدة والمُبالغ فيها والالتزامات الضريبية المرتفعة . وتعتبر مناطق الاستثمار من الأشكال الحديثة للمناطق الحرة التي عرفتها الدول المتطورة في بداية عقد الثمانينات ، فقد ظهرت لأول مرة وبشكل رسمي في نوفمبر سنة 1980م في إنجلترا عندما أنشأت ثلاثة عشر منطقة في المناطق الراكدة اقتصادياً سواء الحضرية أو الريفية نتيجة الأبحاث التي بدأت فيها منذ سنة 1977م . ويغلب على مناطق المؤسسات مزيج من الأنشطة التجارية والصناعية ، وتمثل الحوافز التي تتمتع بها الاستثمارات في هذه المناطق في الإعفاءات الضريبية على أرباحها المُحققة وفي تخفيف الإجراءات البيروقراطية ومنح مجموعة من التسهيلات ، وهذا ما لوحظ في الدول التي انتهجتها كالولايات المتحدة الأمريكية والتي أعطت نتائج مُشجعة في نهاية سنة 1986م ودُكر أن ذلك النجاح يرجع لما منحتة الدولة من امتيازات لجلب الاستثمارات لهذه المناطق . وتحتوي مناطق المؤسسات أو مناطق الاستثمار على هياكل خاصة تستفيد من نظام خاص يجلب الكثير من المؤسسات ، ولا تقتصر هذه المناطق على الأنشطة التصديرية فقط وإما تمتد لتشمل أنشطة أخرى لها دور كبير في تفعيل وإنعاش الاقتصاد الوطني بما في ذلك الإنتاج الموجه نحو السوق المحلي .

### المناطق الصناعية الحرة العلمية :

تهدف المناطق الصناعية الحرة العلمية إلى جذب الشركات التي تهتم بصورة خاصة بعلميات البحث والتطوير في المجال الإنتاجي ، وكذلك الشركات الصناعية التي تتخصص في المنتجات

ذات المستوى التكنولوجي المرتفع والتي تستخدم العمالة ذات المهارات الفنية المتميزة ، ويشرف على إنشاء وإدارة هذه المناطق إما الحكومة أو الشركات الخاصة أو الجامعات ، ويكمن نظام الحوافز المُطبق فيها على إعفاء الشركات التي تعطي اهتماماً كبيراً لعلميات البحث والتطوير . فموضوع التكنولوجيا بصفة عامة موضوع يهم كل دول العالم بصفة عامة والدول النامية بصفة خاصة ، ولعل أهم الأسباب التي فرضت أهمية موضوع التكنولوجيا ، خاصة نقلها من الدول المتقدمة إلى الدول النامية ، الفجوة العميقة الحالية في التقدم الاقتصادي والصناعي والفني بين الدول المتقدمة من جانب والدول النامية من جانب آخر .<sup>(22)</sup>

### **المناطق الخدمية الحرة :**

تنقسم المناطق الخدمية الحرة إلى شكلين : المناطق المصرفية الحرة ومناطق التأمين الحرة ، فقد برز النوع الأول والمتمثل في المناطق المصرفية خلال عقد السبعينات وذلك وفقاً لترابط الأسواق المالية وتدويل المصارف ، ووفقاً للتوجهات الهيكلية للنظام المصرفي والمالي على الصعيد العالمي ولحرية رؤوس الأموال في التداول والانتقال بين الدول وظهور مصارف دولية ، كل ذلك مهد لوجود مناطق مصرفية حرة . وتعتبر هذه المناطق مكاناً لنشاط عدة مصارف لها رؤوس أموال يمتلكها أشخاص غير مُقيمين ، وتم التوسع فيها خلال عقد الثمانينات من القرن الماضي في بعض الدول وسرعان ما تحولت إلى مراكز مالية<sup>(23)</sup> لها شهرة عالمية .

### **2. مناطق التأمين الحرة :**

أما بالنسبة للنوع الثاني والمتمثل في مناطق التأمين الحرة فهي تقع بالمراكز المالية الحرة، ولا تخضع هذه المناطق لكل من اللوائح التنظيمية والالتزامات الضريبية لمجموع نشاطاتها ، والتي تخضع لها الأنشطة التأمينية داخل البلد . وتتخصص مناطق التأمين الحرة في تغطية الأخطار الخاصة الكبيرة أو تلك التي تستلزم سرية تامة وسرعة وفعالية ، وتتواجد بالأماكن المالية الكبرى كتلك الموجودة في مركز لندن ونيويورك الماليين .ومناطق التأمين الحرة هي مناطق لا تخضع للرقابة وتعمل في نفس الوقت على تنمية بعض النشاطات الاقتصادية عن طريق تغطية مخاطرها.

### **تكاليف المنطقة الحرة :**

تكمن تكاليف المنطقة الحرة في نوعية وحجم الحوافز والتشجيعات المُقدمة بمختلف أنواعها ، وقد تكون هذه التكاليف مباشرة وتتمثل في تكاليف البنية الأساسية أو على شكل تكاليف تفضيلية وتتمثل في الإعفاء من الرسوم الجمركية ، وأما أن تكون هذه تكاليف غير مباشرة وتتمثل في انخفاض تكاليف اليد العاملة داخل البلد المُضيف .

### **وفي النقاط التالية توضيح لهذه التكاليف :**

#### **1. تكاليف البنية الأساسية :**

تؤثر البنية الأساسية بمختلف أنواعها سواء كانت مادية أو معنوية أو إدارية على مردودية المنطقة وبالتالي على جذب المؤسسات الأجنبية الوافدة إليها ، وتعتبر البنية الأساسية شرط أساسي لأي استقرار تشهده المنطقة الحرة .ويعتبر توفر البنية الأساسية والمرافق الصالحة من طرق

ومواصلات ووسائل اتصال وغيرها من مظاهر المناخ الجيد للاستثمار ، وذلك لتسهيل مزاولة النشاط الاستثماري .<sup>(24)</sup>

أما الهياكل الصناعية فتُعد تهيئتها من مهام الدولة المُضيفة أيضاً ، وتعتبر هذه التهيئة من الإجراءات التشجيعية والضرورية بالنسبة للمستثمرين الأجانب ، وتمثل هذه الهياكل الضرورية في تهيئة قطع الأراضي لبناء المصانع وتوفير الماء والكهرباء والنقل والاتصالات وغير ذلك من الخدمات الأخرى ، وبالنسبة للأراضي والمقرات يمكن لها أن تُجهز محلياً ثم تُباع أو تُؤجر للمستثمر الأجنبي. وتتطلب تكاليف البنية الأساسية والمنشآت والتسهيلات الأخرى جميعها تتطلب موارد مالية مُعتبرة ، فمن وجهة نظر الاقتصادي كرل قوردز أن التقديرات المتوسطة للموارد المالية المُستثمرة في المنطقة الحرة تعتبر هامة جداً فالمائة هكتار من الأراضي تُكلف ما بين 25 إلى 40 مليون دولار أمريكي في سنة 1982م دون حساب تكاليف المباني ذات الاستخدام الصناعي. وتعتبر تكاليف البنية الأساسية والتسهيلات الأخرى في المدى البعيد من عناصر التكلفة المُحملة بصفة أساسية على المناطق الحرة إلى أن تُغطى بواسطة الإيجارات والإيرادات الأخرى بالإضافة إلى عوائد الخدمات التي تقدمها إدارة المنطقة الحرة والدولة .

## 2. تكلفة الحوافز والمزايا المالية :

تشمل جميع الإعفاءات من الضرائب بأنواعها مثل ضرائب الدخل وضرائب الأرباح على الصادرات والشركات وغيرها سواء كانت تلك الضرائب لفترات مختلفة أو طوال فترة حياة المشروع، وتشمل كذلك تسهيلات التمويل مثل قروض قصيرة أو طويلة الأجل بفوائد مُيسرة لإقامة المباني والمصانع والمنشآت التي سيُمارس فيها المستثمر نشاطه. والإدارة الكفؤة للمناطق الحرة تجعل من نظام الحوافز أداة فعّالة في تنمية الاستثمارات ، ويتكون نظام الحوافز من عدة أنواع أهمها: <sup>(25)</sup>

### الحوافز الجمركية :

حيث الإعفاء المُستمر لواردات المواد الأولية والمستلزمات الصناعية والأصول الرأسمالية من الرسوم الجمركية وكذلك إعفاء الصادرات من أي رسوم جمركية ، ويُعد شرط الإعفاء من قيود الاستيراد والتصدير والرسوم الجمركية شرطاً عاماً بين جميع المناطق الحرة في العالم ، وقد يكون هذا الإعفاء دائماً أو لفترة معيّنة ، وقد ساهم هذا الحافز في استمرار المناطق الحرة وتطورها .

### الحوافز الضريبية :

وهي الإعفاء الكلي أو الجزئي من الضريبة على الأرباح التجارية والصناعية المُتحققة عن النشاط الصناعي بالمنطقة لفترات مُتفاوتة وفقاً لما تحدده كل دولة ، والدول عموماً والنامية منها بالخصوص تتنافس فيما بينها لأجل جلب المستثمرين وذلك بتقديم تخفيضات ضريبية بشكل كلي أو جزئي لفترة يمكن أن تصل إلى عشر سنوات أو أكثر . وتمثل هذه الإعفاءات الضريبية إحدى المزايا الثانوية التي تأتي في نهاية قائمة عوامل إتاحة المناخ الاستثماري المناسب لاستقطاب الاستثمارات الأجنبية للمناطق الحرة ، إلا أن كثير من الدول المُضيفة تعمل على تقديمها بهدف جذب مشروعات معيّنة أمامها فرصة بديلة بمناطق أخرى ، الأمر الذي يُقلل من قيمة هذه الإعفاءات وبالتالي يرفع

من تكلفتها ويُعظم من أهمية المزايا الأخرى. ولكن لا تزال الحوافز الضريبية تلعب دوراً هاماً في تحسين مناخ الاستثمار نظراً لما تقدمه من مزايا من شأنها أن تُشجع المشروعات على الاستثمار في المجالات المرغوب فيها اقتصادياً واجتماعياً في البلد المضيف .<sup>(26)</sup>

إن مُختلف هذه الحوافز سواء المالية منها والضريبية المرتبطة بالمؤسسات الأجنبية تُخصص بشكل مؤثر من الموارد التابعة لميزانيات الدول المضيفة ، وبذلك تعتبر تلك الحوافز بأنواعها تكاليف تتحملها هذه الدول ، سواء في عمليات الاستيراد أو عن طريق السماح للمؤسسات الأجنبية المتواجدة بالمناطق الحرة بترحيل رؤوس أموالها وأرباحها دون إجبارها على البقاء في المنطقة. وتؤدي هذه الحوافز حتماً إلى انخفاض الأرباح المحققة في خزينة الدول المضيفة في حالة إقامة تلك المؤسسات لأول مرة فيها نتيجةً للشروط المُغرية التي تقدمها للمؤسسات المُقيمة بهذه المناطق. وإذا كانت الحوافز الضريبية ينجم عنها ضياع عام لحصيلة مالية على مستوى الدولة وبالتالي انخفاض الموارد المالية لهذه الدولة ، وذلك باعتبار أنها تمثل تنازل من جانب الدولة عن حقها في فرض وتحصيل الضريبة وفقاً لقانون معين وفي ضوء اعتبارات اقتصادية وسياسية واجتماعية معينة في ضوء الأهداف الرئيسية للمجتمع ، إلا أنه ينشأ عن تلك الحوافز تدفق الاستثمارات التي من شأنها أن تُساعد في إصلاح الأوضاع الاقتصادية القائمة وتشجيع التنمية الصناعية وجذب الاستثمارات ذات التكنولوجيا المتقدمة ، بالإضافة إلى تشجيع المشروعات التصديرية .<sup>(27)</sup> وتجدر الإشارة إلى أنه بجانب الإعفاءات الضريبية فإن هناك عدة طرق أخرى مُتاحة للتقليل من الربح الخاضع للضريبة مثل مُقابلة الخسائر المحققة في السنوات الأولى من حياة المشروع بالأرباح المُستقبلية أو إعادة استثمار الأرباح في التوسع في الإنتاج. وفي بعض الحالات قد تمنح الدولة المضيفة أنواعاً كثيرة من الحوافز والمزايا الضريبية للاستثمار الأجنبي ، ومع ذلك نجد أن حجم الاستثمار الأجنبي المُتدفق إليها محدود للغاية ، وهذا يعني أن هناك عوامل أخرى غير الحوافز الضريبية قد تلعب دوراً أكبر تأثيراً على حجم ومدى استمرار تدفق الاستثمارات الأجنبية إلى الدولة المضيفة .<sup>(28)</sup>

### 3. تكلفة تسيير ومراقبة المنطقة الحرة :

يمكن القول بأن المنطقة الاقتصادية الحرة كأي شخصية اعتبارية قانونية بحاجة إلى أجهزة تتولى مهام تسييرها ، وتختلف الهيئة المُشرفة على الإدارة والتسيير من منطقة إلى أخرى ، فقد تكون غرفة تجارية أو سلطة خاصة وأحياناً هيئة تضم مُمثلين عن الإدارة والمستثمرين في المنطقة. ولا يوجد حتى الآن تنظيم إداري تشترك فيه كافة المناطق الحرة في العالم ، ولكن يوجد هناك اتفاق على أن يكون هناك جهاز إداري يقوم بالإدارة والإشراف والمتابعة على نشاط المنطقة الحرة . أي أن تسيير المنطقة الحرة يمكن أن يُعهد لإدارة معينة كإدارة الجمارك أو لهيئة مستقلة كشركة مثلاً معيّنة بذا الأمر ، فتسيير المنطقة الحرة يأخذ عدة أمط قد يكون من قبل مجلس الإدارة الذي يعمل تحت وصاية البلد المضيف أو شخص معنوي مستقل ، ويستوجب لتسيير المنطقة الحرة وجود جهاز إداري يتصف بالمرونة التامة ، حتى يكون له فعالية كبرى في التسيير فضلاً عن تمكينه من مراقبة تطبيق النظم والقوانين ، ويتكفل هذا الجهاز بكل الإجراءات الخاصة

بعقود التأسيس والإجراءات الجمركية المختلفة وأعمال الصيانة وغيرها . وكما هو معروف أنه يوجد لكل مشروع استثماري هدف بثلاثة أبعاد : إنجاز العمل حسب الميزانية ، البرنامج الزمني، متطلبات الإنجاز .

فأما الميزانية فتتضمن التكاليف المسموح بها للمشروع ، أما البرنامج الزمني فهو الفترة الزمنية التي سيتم خلالها إنجاز العمل ، ويقصد بمتطلبات الإنجاز كل النتائج النهائية التي لا بد أن يصل إليها المشروع ، فالغرض من إدارة المشروع هو توجيه المشروع نحو هدف يفي بالأبعاد الثلاثة .<sup>(29)</sup> وعلى العموم فإن الجهاز المُسير للمنطقة الحرة لا يخرج في الغالب عن الجهاز الإداري أو إدارة الجمارك نظراً لإمكانياتها المادية والتقنية وكذلك البشرية التي تملكها على اعتبار أن المناطق الحرة تُشكل نظام اقتصادي جمركي مما يسمح بالممارسة الفاعلة لهذه الإدارة على وجه الخصوص وأنها معنيّة بالتطبيق الضريبي على تلك المؤسسات كما هو الحال بالنسبة للولايات المتحدة الأمريكية .

أما فيما يتعلق بحالة التسيير الخاص عن طريق هيئة مستقلة وهي الشكل العام لشركة يتشارك فيها أفراد مُستقلين ومصارف ومؤسسات خاصة مُتواجدة بداخل المنطقة المعنيّة باستقبال المستثمرين الأجانب .

ولقد أثبتت التجربة أن المناطق الحرة التي تمتعت إدارتها بجهاز مستقل قد حققت نجاحاً كبيراً في مجال التسيير لأن تداخل الاختصاصات يؤدي إلى إعاقة العمل . أما فيما يتعلق بالرقابة الخارجية للمنطقة الحرة فإن الدولة المُضيفة تقوم بهذه الرقابة على المناطق الحرة من حيث تداول السلع داخل المناطق الحرة أو في دخولها وخروجها للمحافظة على حقوق البلد من الإيرادات المُستحقة له والمُقرر استخدامها في عمليات التنمية الاقتصادية ، فضلاً عن التحكم في عمليات دخول السلع المحرم استخدامها وتداولها داخل الدولة كالمخدرات مثلاً أو خروج السلع الاستراتيجية منها ، ولذلك تقوم الدولة المُضيفة بوضع الحواجز والأسوار حول المناطق الحرة لمنع التهرب الجمركي فيما يتعلق بالسلع المُستحق عليها ضرائب ورسوم جمركية على أن تكون هناك منافذ جمركية تعبر من خلالها السلع المختلفة بعد دفع كافة المستحقات عليها سواء فيما يتعلق بعمليات الاستيراد أو التصدير .

### العوامل التي تؤدي إلى نجاح المناطق الحرة :

إن فكرة المناطق الحرة جاءت تلبيةً لمواجهة ظروف وأهداف تختلف حسب الحالات ، لهذا ظهرت أنواع عديدة من المناطق الحرة لا سيما المناطق الحرة التجارية الأكثر أقدمية والمناطق الحرة الصناعية ومناطق المؤسسات التي نجدها أكثر انتشاراً في الدول المتقدمة كأمريكا وأوروبا والمناطق الحرة الخدمية ، ونجاح هذه المناطق بمختلف أنواعها في تحقيق الأهداف المرجوة منها يتوقف على عدة عوامل أساسية وعلى مجموعة مُتكاملة ومُتناسقة من المقومات اللازمة توفرها لنجاح المناطق الحرة كالتخطيط الجيد وتوفير مجموعة من المزايا والحوافز والتسهيلات الأخرى التي تقدم للمستثمرين كحرية حركة رؤوس الأموال وتحويل الأرباح إلى الخارج والإعفاءات

الضريبية على الأرباح والحد من الإجراءات البيروقراطية ، وتعتبر هذه المزايا والحوافز وحدها لا تكفي لنجاح المنطقة الحرة ، فلا بد من مجموعة من المقومات الأخرى كتوفير الاستقرار السياسي والاقتصادي وهو أهم عنصر لجذب الاستثمار الأجنبي ، إضافة إلى اختيار الموقع المناسب لها ومدى ارتباط الأهداف العامة للبلد المضيف مع أهداف المشروعات المُقامة داخل هذه المناطق ، فضلاً عن أنشطة التسويق والترويج للمناطق الحرة وإيجاد جهاز إداري كفء يقوم بمهام الإدارة والإشراف على نشاط المنطقة الحرة مع تأمين مصادر تمويل كافية لسد الاحتياجات التمويلية اللازمة لإنشائها .

### **المطلب الأول : تخطيط وإنشاء المناطق الحرة :**

التخطيط هو وسيلة علمية مُنظمة ومُستمرة ، يتم بموجبها حصر الموارد المُتاحة في المجتمع وتقدير احتياجاته ، ثم تحديد طريقة تعبئة واستغلال هذه الموارد ، أو تشغيلها وتوجيهها وتوزيعها على النحو الذي يُساعد على تحقيق الأهداف في الفترة المحددة وبأقل تكلفة . وبهذا يعتبر التخطيط وسيلة ناجحة للسيطرة على المستقبل والتحكم فيه ، فهو العملية الواعية التي يتم بموجبها اختيار أفضل السبل للتعرف على مُجريات الأمور بما يكفل تحقيق هدف معين .<sup>(30)</sup>

ويتضمن تخطيط وإنشاء المناطق الحرة عدة عناصر تنحصر في الآتي :

#### **1.الاستقرار السياسي والاقتصادي :**

ويعتبر أهم عامل لجذب رأس المال الأجنبي ، حيث تلعب العوامل السياسية دوراً لا يمكن الاستهانة به في التأثير على اتجاه الاستثمارات الأجنبية ويأتي في مقدمة هذه العوامل درجة الاستقرار السياسي بالتالي استقرار الأوضاع الأمنية مع وجود نظام قانوني وقضائي فعّال ومُستقر يحمي رجال الأعمال والمستثمرين من أية إجراءات تعسفية ومُكّنهم من استرداد حقوقهم بسهولة ويسر ، كل ذلك ينعكس على الاستقرار للاستثمارات الأجنبية واحتمالات نموها ، وعلى العكس فإن عدم الاستقرار سوف ينعكس سلباً على الاستثمارات الأجنبية .<sup>(31)</sup>

كما أن طبيعة العلاقات السياسية القائمة بين البلد المُصدر لهذه الاستثمارات والبلد المُستورد لها تعتبر من العوامل السياسية التي تتحكم في انتقال الاستثمارات الأجنبية.<sup>(32)</sup> ويتمثل الاستقرار السياسي<sup>(33)</sup> في عدم وجود نزاع أو صراع سياسي أو خلافات في البلد المُنشأ فيه المنطقة الحرة وعدم وجود حالات إضرابات العمل والحروب والاضطرابات الداخلية والتغير السريع للحكومات ، فكل هذه النزاعات تؤدي في مجملها إلى آثار سلبية على النشاط الاقتصادي العام للبلد وهروب رؤوس الأموال إلى خارج المنطقة أو عدم جذبها أصلاً ، لأن استقرار الأوضاع العامة في البلد المضيف يُشعر المستثمرين بالأمان على أموالهم ويُشجعهم على استثمار هذه الأموال في هذا البلد .<sup>(34)</sup>

#### **وحتى يتحقق الاستقرار السياسي فلا بد من توفر عدة شروط أهمها :<sup>(35)</sup>**

- وجود حكومة مدنية وطنية منتخبة من الشعب .
- ثبات نظام الحكم وعدم استبداله من فترة لأخرى .
- تعاون أفراد الشعب مع الحكومة نتيجة رضائهم عنها .

أما فيما يتعلق بالاستقرار الاقتصادي فإنه يلعب الدور الرئيسي في توجيه الاستثمارات الأجنبية ، وتتوقف انتقالات الاستثمارات الأجنبية على عدة عوامل اقتصادية من أهمها حجم السوق للبلد المستورد ، ومدى توفر الموارد الطبيعية والبشرية وكفاءتها وأثمانها ، وسعر الصرف ومدى ثباته ، والقوة التنافسية للاستثمارات الأجنبية بالمقارنة بالاستثمارات الوطنية ، والمعاملة الضريبية ، ودرجة الانفتاح على العالم الخارجي ، والقوة التنافسية<sup>(36)</sup> للاقتصاد الوطني واحتمالات تقدمه<sup>(37)</sup>. ويتمثل الاستقرار الاقتصادي في وجود فرص استثمارية مُجزية ونظام مصرفي كُفء ووجود سياسات اقتصادية واضحة ونظام ضريبي مُناسب ، إضافة إلى استقرار القوانين والقرارات المنظمة للنشاط الاقتصادي داخل البلد المضيف مع وضع التشريعات الواضحة التي تُنظم نشاطات القطاع الخاص والاستثمارات الأجنبية ، ويكفل البلد المضيف تطبيق هذه التشريعات بالصورة التي تضمن استقرارها وبما في ذلك التأمين ضد المخاطر كالمُصادرة ، وأن يكون للمستثمر الأجنبي الحرية التامة في تحويل الأرباح الصافية التي يُحققها إذا أراد ذلك أو بإعادة استثمارها بزيادة رأس مال المشروع أو بإنشاء مشروع آخر جديد<sup>(38)</sup>.

كما يجب الحد من ظاهرة التضخم لما قد يترتب عنها من حدوث الاضطرابات واحتجاجات العمال والخلافات التي تؤثر في مجملها على المشروعات المُقامة داخل المنطقة الحرة ، ونذكر أهم أسباب تلك الاضطرابات خفض الإنفاق الحكومي ، وانخفاض القوى الشرائية للعملة المحلية وزيادة الضرائب على دخول الأفراد ، وغياب الرقابة الشديدة على الأسعار عن طريق المضاربة في السوق الموازية<sup>(39)</sup>.

فقد أدت هذه الاضطرابات والاحتجاجات المُتكررة في بعض المناطق الحرة المُقامة في الدول النامية في أواخر السبعينات إلى حدوث اضطرابات في بعض المشروعات الصناعية الموجهة للتصدير أدت إلى وقف نشاطاتها .

## 2. الدراسات الأولية قبل إنشاء المناطق الحرة :

يتطلب إنشاء أي منطقة حرة في بلد ما عمل مجموعة من الدراسات التمهيديّة حتى يمكن تحديد مدى ملائمة الفكرة لظروف البلد المضيف ، كما أن وضع خطة لإقامة منطقة اقتصادية حرة وفق برنامج محدد بجدول زمني واضح من شأنه وضع معالم عمل جدي لإنشاء منطقة حرة ، وأهم هذه الدراسات ما يلي :

- دراسة المنطقة الحرة ، وتهدف إلى التعرف على فرص إقامة المنطقة الحرة في الأقاليم الإدارية المختلفة (أي تحديد المناطق الأنسب داخل البلد لإقامة المنطقة الحرة على أرضه) .
- دراسة الموارد الاقتصادية ، وذلك بهدف اكتشاف الفرص التي تؤدي إلى استغلال الإنتاج الطبيعي أو الصناعي في البلد المضيف .
- دراسة الأسواق العالمية ، بهدف التعرف على أهم فرص الاستثمار التي يمكن الترويج لها في أسواق المال العالمية وتلاءم وطبيعة الموارد الاقتصادية والصناعات القائمة داخل

الاقتصاد الوطني. وفي هذا الإطار يتم إعداد الخطة الشاملة على مراحل معيّنة ، كل مرحلة منها تُمهّد للخطوة التي تليها ، ونجمل هذه الخطوات في : إعداد الخطة الاقتصادية ، تنفيذ الخطة الاقتصادية ، ومتابعة تنفيذ الخطة الاقتصادية.<sup>(40)</sup>

### 3. تخطيط المناطق الحرة :

يُساهم التخطيط الاقتصادي في تحقيق التنمية الاقتصادية<sup>(41)</sup> والتي تسعى أغلب الدول إلى إحداثها دون إرهاب لمواردها الذاتية ، وقد أصبح من الضروري وضع خطة اقتصادية شاملة للتنمية وعدم التعامل مع المناطق الحرة بطريقة عشوائية بحيث تعبأ كافة الموارد والخدمات لإقامتها .

فيجب إتباع الأصول العلمية في إنشاء المناطق الحرة حتى يُكتب لها النجاح ، وذلك من خلال تحديد الأماكن مثل أماكن المخازن والأماكن الخاصة بالمنافذ الجمركية ، وإحاطة المنطقة بالأسوار للتحكم في عمليات الرقابة والحفاظ على الأمن ، وكذلك تحديد الخدمات مع ضرورة توفير كافة الخدمات الاجتماعية وأن تكون أجهزة الإشراف على شؤون المنطقة الحرة في وضع يُمكنها من متابعة وخدمة المنطقة بكل سهولة ويسر .

كما يجب على المعنيين بإعداد الدراسات أن يراعوا في التخطيط التوسعات المُستهدفة في مساحة المنطقة مستقبلاً حتى لا تحدث اختناقات بين الاحتياجات الحالية والمستقبلية لمشروعات المنطقة من حيث الأراضي أو المرافق العامة من ماء وكهرباء واتصالات وشبكات الصرف إلى غير ذلك من المرافق ، بالإضافة إلى ضرورة أن يُنظر إلى مدى ملائمة المرافق بالمنطقة مع نوعية الأنشطة التي ستمارس بها إن كانت تجارية أو خدمية أو صناعية سواء صناعة خفيفة أو متوسطة أو ثقيلة . إضافة إلى ذلك يجب أن تراعى عروض الشوارع بحيث تستوعب حركة المرور الداخلية، وأن تأخذ في عين الاعتبار ارتفاعات السيارات الخاصة بعمليات النقل وجراراتها ، وأماكن كافية للانتظار، وأن تتخلل المنطقة مساحات خضراء مناسبة مُغطاة بالحشائش والأشجار ، كما يراعى أن تُحاط المنطقة بحزام من الأشجار لحماية المصانع المنشأة داخل المنطقة من الأتربة والعواصف الرملية.<sup>(42)</sup> ومن ثم فإنه يتعين على البلد الذي يرغب في جذب المزيد من الاستثمارات الأجنبية أن يبذل الجهد من أجل توفير هذا المناخ الاستثماري الذي يُشجع المستثمر الأجنبي على استثمار أمواله به ، وإلا فإن المستثمرين سوف يمتنعون عن المغامرة بأموالهم واستثمارها بهذا البلد ، حيث تنعدم فرص الاستثمار المناسبة بالنسبة لهم.<sup>(43)</sup>

### 4. انتقاء واختيار الموقع الملائم للمنطقة الحرة :

يرتبط اختيار موقع المنطقة الحرة ارتباطاً كبيراً بنجاحها وتطويرها ، ويلعب عامل اختيار موقع المنطقة دوراً هاماً في قرارات المستثمرين وإمكانية استقرار مشروعاتهم في المنطقة مستقبلاً، فلا بد أن تكون المنطقة الحرة ذات موقع جغرافي مُميز بحيث يسهل على المستثمرين الأجانب والوطنيين الاتصال بالعديد من الدول ، بمعنى أن تكون مجالاً للخطوط التجارية ، والملاحظ أن بعض المناطق الحرة حققت نجاحاً وأخرى لم تحقق الأهداف التي أُنشئت من أجلها ويرجع ذلك

إلى سوء اختيار الموقع. ويزيد من أهمية المنطقة الحرة وقوعها على مكان له أهميته العالمية ، كأن تأخذ الممرات أو المضائق المائية التي تربط بين العديد من الدول أو الموانئ البحرية أو الجوية. **وهناك شروط مُتعارف عليها لاختيار مواقع المناطق الحرة في العالم أهمها :<sup>(44)</sup>**

- أن تقع المنطقة على خط من خطوط التجارة العالمية خاصة بالنسبة للمناطق الحرة التجارية حتى يسهل اتصالها بمراكز الاستهلاك والإنتاج ، بمعنى أن تكون مُلتقى للطرق التجارية ويكون الموقع بالقرب من مراكز الاستهلاك لمنتجات المنطقة أو لمراكز إنتاج الموارد ومستلزمات الإنتاج التي ستستخدم في العمليات الإنتاجية بالمنطقة .
- وجود مناطق جمركية قريبة(45\*) كالموانئ والمطارات والمنافذ البرية الأخرى ، ويكون من الأفضل أن تقع المناطق الحرة داخل الموانئ البحرية أو المطارات المجاورة لها وذلك لأن أغلب الخامات اللازمة للإنتاج يتم استيرادها من الخارج ، أما في حالة عدم توفر الأماكن ومساحات الأراضي اللازمة للمناطق الحرة داخل الموانئ البحرية والمطارات فمن الأفضل أن تكون أقرب ما يمكن لتلك الموانئ والمطارات ، وفي هذه الحالة يجب أن تقع المناطق الحرة على شبكة طرق حسب المواصفات العالمية من حيث الكفاءة العالية في الخدمة لتستوعب حركة النقل سواء الداخلة لها أو الخارجة منها .
- توفير خدمات الاتصالات السلكية واللاسلكية بالقرب من موقع المنطقة الحرة بشكل يُسهل مدها لاحقاً إلى مشروعات المنطقة بسهولة وبأقل تكلفة ، بالإضافة إلى ضرورة توفير وسائل اتصال مباشرة بالعالم الخارجي مثل توفير سفن وطائرات .
- توفير مشروعات البنية الأساسية كلما أمكن بالقرب من موقع المنطقة من ماء وكهرباء وهاتف وطرق وشبكات الصرف وغير ذلك من المرافق ، مع الأخذ في الاعتبار ضرورة توفير خدمات أخرى كالمساكن واحتياجاتها من خدمات ومرافق كاملة(46)\* .
- أن تقع المنطقة الحرة بالقرب من المناطق ذات الكثافة السكانية الكبيرة نسبياً ، والتي يتزايد معها احتمال وجود مراكز تجمعات العمال المدربين إلى حدٍ ما تكون قريبة من موقع المنطقة .
- أن يتلاءم الموقع مع نوعية الأنشطة الصناعية المُستهدف إقامتها بالمنطقة من حيث كونها صناعات خفيفة أو ثقيلة ، ففي حالة الصناعات الخفيفة يراعى أن يكون الموقع بالقرب من الموانئ الجوية ، أما في حالة الصناعات الثقيلة فيراعى أن يكون الموقع بالقرب من الموانئ البحرية .
- كما يجب الأخذ في الاعتبار مناخ الموقع ومدى ملائمته من حيث حرارة الجو والرطوبة والرياح والأمطار ، ومن الناحية الطبيعية من حيث التربة ومنسوب الماء ، وأن يكون الموقع مستوي طبيعياً وهذا يُقلل من إجراء أعمال الردم والدك والتسوية حتى لا ترتفع تكاليف إعداد المنطقة لاستقبال المشروعات فضلاً عن تأخير الإعداد (47).
- ألا يتعارض الموقع المُختار للمنطقة الحرة مع أهداف حماية البيئة المُحيطة من التلوث،

بحيث يتم تجنب الأخطار التي قد تنجم عن عدم الإنتاج ، فبعض المشروعات ينتج عن عملياتها الصناعية نفايات خاصة المشروعات البتروكيمياوية تكون تأثيراتها ضارة وسلبية على المناطق والمدن المجاورة لها ، ففي هذه الحالة يجب أن يكون الموقع المختار في مناطق نائية وبعيدة عن المناطق ذات الكثافة السكانية العالية. (48)

- توفير الخامات الرئيسية اللازمة إذا كانت محلية .

- كما يجب ألا يُشكل إنشاء المنطقة الحرة عبئاً إضافياً على مرافق المدينة المُقامة عليها من ماء وكهرباء وطرق ومن جميع النواحي الاقتصادية والاجتماعية ، أي بمعنى أن يتم إنشاء محطة كهرباء خاصة أو توسيع شبكات الصرف إلى غير ذلك من المشروعات .

## 5.مدى انسجام وتناغم أهداف المشروع بالأهداف العامة للبلد المضيف :

يعتمد نجاح أي منطقة حرة على نجاح البلد المضيف في وضع أسس اختيار المشروعات التي تحقق أهدافه .

كما يتعين على البلد المضيف أن يراعي أن للمستثمر أيضاً أهدافاً وطموحات يريد الوصول إليها عن طريق استثمار أمواله في إقليم البلد المضيف (في المنطقة الحرة) ، والتي ينتظر منها الحصول على الربح الذي توقعه. (49) ويرتبط تحقيق أهداف البلد المضيف بعدة شروط يجب أن تتوفر في المشروع ، منها ما يتعلق بطبيعة إنشاء المنطقة الحرة كأن ينشأ المشروع برأس مال أجنبي وأن يكون توجه هذا المشروع لتصدير كامل إنتاجه إلى العالم الخارجي ، وأن لا يكون مُنافساً للمشروعات المُقامة داخل البلد المضيف في الأسواق العالمية . ومنها ما يتعلق بمتطلبات التنمية الاقتصادية وهي الأكثر إلحاحاً حيث تختلف طبيعة الحال من بلد لآخر حسب ظروفه ، كأن تتطلب المشروعات المُقامة بالمنطقة إلى تشغيل عدد كبير من العمال ، وأن تكون ذات قيمة مُضافة عالية وتعتمد على تقنيات حديثة ، إضافة إلى أن لا ينتج عن هذه المشروعات تلوث بالبيئة وأن تكون لها ثوابت وأسس الاستقرار بالنسبة لتوقعات تطورها مُستقبلاً . ويضع البلد المضيف هذه الشروط الخاصة بنوعية الأنشطة المطلوبة للعمل في المنطقة ، لأن المشروع الخاص لا يهتم غالباً إلا بتحقيق مصالحه وأهدافه وأهمها تعظيم ربحه ، لأن المستثمر يختار المكان الذي يوفر له أكبر قدر من الفرص الاستثمارية المربحة من جانب ، والأمانة من جانب آخر. (50)

أما فيما يتعلق بتقدير الطلب على الاستثمار في المناطق الحرة ، يتبع البلد المضيف عنصر أو أكثر من العناصر التالية :

## 1.الاستعانة بالخبراء الدوليين والمحليين :

حسب هذه الطريقة يتم استقصاء آراء عدد من المُختصين والخبراء الدوليين والمحليين في المناطق الحرة مع تزويدهم بكافة البيانات والمعلومات المطلوبة عن المنطقة المُقرر إنشاؤها ومساحتها والخدمات التي ستعمل على توفيرها ، وذلك بهدف معرفة آراءهم حول حجم الاستثمارات المُتوقعة والخدمات التي تتطلبها والنظر فيها ، أو الاستعانة بمنظمات دولية مثل منظمة الأمم المتحدة للتنمية الصناعية اليونيدو<sup>(51)</sup>.

## 2. الأخذ بتجارب المناطق الحرة الأخرى :

حيث ينصب اهتمام إدارة المنطقة الحرة على دراسة اتجاهات المُستثمر عند قيامه بالاستثمار في المناطق الحرة الأخرى ، ومعرفة مدى تأثير العوامل المختلفة على سلوكه في الاستثمار وبناءً عليه يتم تحديد أكثر من منطقة حرة ذات خصائص مُماثلة بالمنطقة الحرة المزمع إنشاؤها وبالتالي تتم دراسة أثر تغيير تكاليف الخدمات المُقدمة وحملات الدعاية وغيرها من العوامل المُحددة للطلب .

## 3. مقابلة المُستثمرين ورجال الأعمال :

حيث تقوم إدارة المنطقة الحرة بتدريب الأفراد الذين سيقومون بهذه المهمة وإعداد الاستبيانات والأسئلة الشفوية الخاصة بذلك ، مع ترتيب زيارات ميدانية مُنتظمة لأماكن تركز رجال الأعمال وإجراء مقابلات مع عينة مُختارة مسبقاً في أماكن تواجدهم ومع المندوبين عنهم لزيارة المنطقة للتعرف عن قرب على المكان المدعويين لإقامة استثماراتهم فيه . ولعل الأهم في ذلك مُقابلة مُستثمرين أكثر الدول المُصدرة للاستثمارات الأجنبية عالمياً مثل الولايات المتحدة الأمريكية واليابان وألمانيا وبريطانيا وفرنسا وكندا وغيرها ، ويمكن الاستفادة مما توفره المعلومات في عصر الإنترنت من استخدام تقنيات التسويق الإلكتروني لمواكبة التطور في جذب الاستثمارات<sup>(52)</sup> وبهذا يمكن القول أن عملية التسويق للمناطق الحرة تعتبر من أهم العوامل المؤثرة في نجاح المناطق الحرة .

كما أن الترويج أيضاً يُعد من أحد الوظائف الأساسية للإدارة المُشرفة على تشغيل ومتابعة المنطقة الحرة ، وتبدأ عملية الترويج للاستثمار داخل المنطقة قبل ومع بداية إنشاءها ، وذلك يعود إلى أهمية تحديد اتجاهات وميول المُستثمرين في الأسواق العالمية ، وكذلك لتحديد حجم الاستثمارات المُتوقعة ، بالإضافة إلى تعريف المُستثمرين ورجال الأعمال بالمزاي والحوافز والتسهيلات الأخرى التي ستمنحها المنطقة لهم .

فإدارة المنطقة الحرة لا تقتصر فقط على الخطة التسويقية التي تقوم بها في المراحل الأولى قبل إنشاء المنطقة الحرة ، وإنما يحتاج هذا الأمر بعد ذلك إلى استمرار الجهود في الترويج للمنطقة الحرة . وهناك أساليب مُتبعة في ذلك منها إعداد دليل وكتيبات تحتوي على معلومات مهمة مكتوبة بصيغة واضحة وسهلة تُجيب على أية استفسارات يمكن أن يطرحها المُستثمر تخص فرص الاستثمار في المنطقة وجوانبها الاقتصادية ، مع تدعيمها بالصور الفوتوغرافية وبعض الخرائط توضح معالم المنطقة ، وإبراز كافة المعلومات الأساسية التي تُلفت نظر المُستثمر المُحتمل وتجذبه وإيضاح القوانين واللوائح التنفيذية المتعلقة بالمنطقة .

## أهداف الدول المضيفة من إقامة المناطق الحرة:

عندما تقرر الدول المضيفة إنشاء منطقة حرة في إقليمها فإنها تتطلع إلى تحقيق أهداف مُتعددة ، فهي تعمل قبل كل شيء على جلب الاستثمارات الأجنبية المباشرة القادمة من الاقتصادات المُتقدمة ، وهي بذلك تبحث عن الفرصة التي تسمح لها بتحقيق أهدافها قصد التصنيع بالرغم من قلة عوامل الإنتاج المُتاحة لهذه الدول .

فالنسبة للدول النامية المٌضيفة فإنها تترى في إنشاء المناطق الحرة وسيلة للوصول إلى التنمية عن طريق جلب رؤوس الأموال والمُتعاملين الأجانب القادرين على تأمين الانطلاق الحقيقي لاقتصاداتها النامية .

أما الدول المتقدمة صناعياً فتبحث من خلال ترحيل جزء أو كل إنتاجها بالمناطق الحرة إلى تحقيق التخفيضات المُحققة في تكلفة الوحدة المُنتجة عن طريق توسيع أو إطالة سلسلة الإنتاج ، وهو ما يسمح عندئذ بتخفيض أسعار البيع دون تخفيض نسبة الربح ، وهذا ما يُحقق للمؤسسة موقفاً مُسيطرًا في السوق وبالتالي الوصول إلى أفضل وضعية استراتيجية على الأسواق العالمية .وبذلك فإن إنشاء المناطق الحرة كان نتيجة التقاء استراتيجيات مُتبعة من قِبل هذه الدول المٌضيفة والمستثمرين على حدٍ سواء .والدول النامية تهدف إلى جلب الاستثمارات الأجنبية وتحقيق التصنيع ، وذلك عن طريق وضع مجموعة من المعايير المُشجعة الموجهة لاستقطاب انتباه المستثمرين الأجانب لأجل الحصول على مشاركتهم فيما يخص الاستثمار بهذه المناطق ، كالمعايير التحفيزية الضريبية والمالية ونوعية البيئة التحتية ... الخ ، وبالمقابل فإن المؤسسات الأجنبية كانت تبحث عن شروط تناسبها في المنطقة المرغوبة كاختيار الموقع وتكاليف الإنتاج .

هذه الأهداف هي أساساً مشروطة بدافع تعظيم الآثار الإيجابية للاستثمار بقصد التقليل من الصعوبات التي تثقل الاقتصاد الوطني لهذه الدول ، وبذلك فإن استراتيجيات التصنيع مثلاً والمُتبناة من قِبل البلد المٌضيف كان لزاماً عليها أن تُعدل ، فالاستراتيجية المُعتمدة على الصادرات حلت محل استراتيجية إحلال الواردات وذلك من أجل الاندماج في مُعطيات الاقتصاد العالمي .وبشكل عام فإن سياسة إنشاء المناطق الحرة من قِبل الدول المٌضيفة تقوم على تحقيق واحدة أو أكثر من مجموعة من الأهداف التالية :<sup>(53)</sup>

- تشجيع رؤوس الأموال الأجنبية والمحلية للتطوير والتنمية الاقتصادية والاجتماعية وإقامة مشاريع البنى الأساسية والمرافق والتسهيلات الخدمية .
- زيادة حركة التبادل التجاري وزيادة حجم الصادرات وموارد النقد الأجنبي .
- توفير مصادر جديدة لدعم موارد الاقتصاد الوطني وتنويع مصادر الدخل .
- إدخال تقنيات حديثة .
- إيجاد فرص عمل جديدة .
- استغلال المزايا النسبية المُتوفرة .
- تنمية الإقليم المحيط وجذب مشاريع التكامل إليه .
- تنشيط تجارة الخدمات (خدمات مالية - بنوك ومصارف - خدمات النقل والاتصالات)، حيث يزداد الطلب على هذا النوع من الخدمات في المناطق الحرة .وقد وضعت منظمة الأمم المتحدة في سنة 1985م من القرن الماضي جدولاً تُبين فيه الأهداف الأكثر أهمية للمناطق الحرة وهي :<sup>(54)</sup>

1. إيجاد مصادر للعملات الأجنبية .
  2. إيجاد فرص عمل .
  3. جذب رأس المال الأجنبي والتكنولوجيا المتطورة .
  4. اكتساب مهارات جديدة .
  5. إيجاد روابط بين صناعات المناطق الحرة والاقتصاد المحلي .
- وكما أشرنا سابقاً أن للمناطق الحرة دور في تهيئة الاقتصاد للدخول في الأسواق العالمية ، إما من خلال إصلاحات داخلية في الاقتصاد قبل إنشاء المناطق الحرة ، أو الاعتماد على هذه المناطق كأداة لدخول هذا الاقتصاد في الأسواق العالمية .والجدير بالذكر أن تحديد هذه الأهداف تختلف من بلد لآخر وذلك بالأخذ في الاعتبار الخصائص والطموحات المرتبطة بكل بلد ، وهذا يعود للسياسة الاقتصادية المُتبعة من قبل هذه الدول ، فمثلاً :
- جلب عملية التصنيع حالة كوريا الجنوبية وتايوان .
  - الحصول على العملة الصعبة<sup>(55)</sup> بكثرة حالة الصين .
  - الحصول على التكنولوجيا غير المتاحة حالة الهند .
  - الاستجابة لمشاكل التشغيل العاجلة حالة سيريلانكا والفلبين وتونس والمغرب .
  - الدخول في وضعية ملائمة ومُفيدة ضمن التبادلات التجارية الدولية حالة هونغ كونغ وسنغافورة .

وبناءً على ما سبق فإن المناطق الحرة تعتبر إحدى العوامل المُساعدة على توفير المناخ المناسب لتشجيع الاستثمار بصفة عامة والاستثمار الأجنبي بصفة خاصة .

ويمكن حصر أهداف المناطق الحرة في الآتي :

### **المساهمة في تنمية الصادرات :**

ويُعد هذا الهدف أحد أهم الأهداف الرئيسية لقيام المناطق الحرة في مُختلف دول العالم، وتعتبر الصادرات الصناعية بالمناطق الحرة الصناعية للتصدير مؤشراً نسبياً للنجاح الذي تحقّقه المناطق الحرة في جذب الاستثمارات الأجنبية ، وهذا المؤشر يُفسر من خلال مرحلة التصنيع ومرحلة التنمية التي يمر بها البلد المُضيف ، ومرحلة التنمية والتطور التي تمر بها المنطقة الحرة، إضافة إلى الظروف المحيطة بالبلد المُضيف والمنطقة الحرة . ولمعرفة الأهمية النسبية لصادرات المناطق الحرة بالنسبة للاقتصاد الوطني يتم حساب النسبة التالية :

### **الصادرات الصناعية للمنطقة / إجمالي الصادرات الصناعية للبلد المُضيف:**

وبإمكان الدول النامية أن تزيد من كميات الاستيراد لديها من خلال تنمية الصادرات ، وبذلك يمكنها تدبير المُعدات الرأسمالية اللازمة لعملية التنمية ، إضافة إلى استفادة هذه الدول من رفع كفاءة صناعتها الوطنية وقدرتها على المنافسة في الأسواق العالمية ، كما ينتج عن تشجيع الصادرات الاستفادة من فرص الاستثمار في القطاعات الاقتصادية الأكثر إنتاجية ، كما يعمل تشجيع الصادرات على فتح أسواق جديدة للمنتجات الوطنية مما يؤدي إلى الاستفادة من وفورات الإنتاج

الكبير . وبذلك يمكن القول أن زيادة الصادرات غالباً ما تتحقق تحت ضغط قوى المنافسة ، وبذلك تحاول صناعات التصدير استخدام طرق إنتاج أكثر كفاءة ، وتحسين نوعية إنتاجها لتصمد في مواجهة المنافسة في الأسواق العالمية ، ويؤدي التوسع في التصدير إلى تشييط الاستهلاك المحلي ، لأن ارتفاع دخول المستهلكين يزيد من طلبهم على السلع الأجنبية ، وبذلك ينشط المنتجون بفعل أثر المحاكاة لتقليد المنتجات الأجنبية ، الأمر الذي يرفع من الكفاءة الاقتصادية في البلد المضيف . وبالإضافة إلى الآثار المباشرة الناتجة عن رفع الكفاءة الاقتصادية توجد أيضاً آثاراً غير مباشرة للاستثمار في قطاع التصدير ، وتتمثل هذه الآثار في تحقيق وفورات خارجية والاستفادة من نقل التكنولوجيا ، وتظهر خلال نمو قطاع التصدير حوافز لاستثمارات جديدة محلية وأجنبية ، كما تُتاح الفرص لتوسيع نطاق الصناعات القائمة ، بالإضافة لذلك يمكن لزيادة الصادرات أن تساهم بفعالية في تحسين عملية نقل التكنولوجيا ، سواء عن طريق جلب المعرفة الفنية أو المعدات الرأسمالية. وتتفاعل العوامل السابقة بقوة وتحفز على استثمارات إضافية ، وتشجع على التصدير والاستهلاك أيضاً مما يؤدي إلى ارتفاع مُعدل الناتج القومي<sup>(56)</sup> ، وكلما زادت حصيلة الصادرات كلما زاد تأثيرها إيجابياً على التنمية الاقتصادية . ويشترط لذلك توفر القدرة على دفع عجلة التنمية الاقتصادية ، ذلك لأن إيجاد آثار إيجابية للتصدير يتوقف على حالة الاقتصاد الوطني ودرجة نموه ونوعية سياسة التنمية المُتبعة ، حيث أن هناك عدة مُعوقات تواجه التنمية والتي يجب على البلد المضيف أن يعمل على إيجاد حلول لها من أهمها نقص المعرفة الفنية والكفاءة الإدارية وفشل السياسة الاقتصادية في تحقيق أهدافها ، وعند إزالة هذه المعوقات يمكن للصادرات أن تلعب دوراً إيجابياً في عملية التنمية الاقتصادية ، فهي تؤدي إلى ارتفاع الدخل ، فيرتفع بذلك الادخار والاستثمار. وفيما يلي بعض الإجراءات الخاصة لرفع كفاءة صادرات المناطق الحرة في الدول النامية:<sup>(57)</sup>

- توفير البنية الأساسية تُعد ضرورة عند إنشاء المناطق الحرة في الدول النامية ، وذلك لجذب الاستثمارات الأجنبية والمحلية أيضاً .
- إدارة المنطقة الحرة لا بد أن تتميز بالكفاءة والمرونة بحيث تنجز الخدمات للمستثمرين في وقت قصير مع القيام بمهام الرقابة بلا عوائق ، وذلك يتطلب وجود تخطيط جيد للمنطقة الحرة وتوفر قدرات إدارية وتفاوضية عالية ، والمرونة مطلوبة هنا بدرجة كبيرة ، لأن نوعية الإنتاج الراقية لا بد وأن تتماشى مع ارتقاء مستوى التعليم والتدريب . وبصفة عامة لا يمكن وضع شروط مثالية لإنشاء المنطقة الحرة ، لأن ذلك يتوقف على ظروف كل بلد وكل عملية إنتاجية ، ولعله يكون من صالح الدول النامية المضيفة معرفة أسس اختيار الصناعات المناسبة للمناطق الحرة ، وتحددها إحدى دراسات منظمة الأمم المتحدة للتجارة والتنمية (الأونكتاد) بالآتي:<sup>(58)</sup>
- اختيار عمليات إنتاج كثيفة العمل تلاءم الدول النامية مُنخفضة الدخل ، وتشجيع صناعات التصدير القائمة فعلاً مع رفع قدرتها التنافسية .

- إقامة صناعات تحصل على منتجاتها الأولية والوسيطة من موردين محليين ، وتشجيع الصناعات التي تنفذ برامج تدريب العاملين فيها .
- الاهتمام بصناعات تتمتع بإمكانية توسع أسواقها الخارجية مُستقبلاً .
- وهناك خصائص يجب توفرها في الدول التي تقام بها المناطق الحرة ، فعلى سبيل المثال بالنسبة للدول صغيرة الحجم وتفتقر إلى المواد الخام تلجأ إلى إنشاء صناعات كثيفة رأس المال العيني والبشري ، مع استخدام أقل قدر من المواد الخام .
- وعند إجراء تفاوض مع الشركات الأجنبية للاستثمار في المناطق الحرة يمكن الاسترشاد بتوصيات قررتها إحدى دراسات الأمم المتحدة ونذكرها في النقاط التالية :<sup>(59)</sup>
- توضيح شروط ومدة الإعفاءات الضريبية والحجم الواجب توفره في الاستثمارات الأجنبية .
- توضيح مدى إمكانية تحويل الأرباح ورأس المال للخارج ، ومدى إمكانية مشاركة شركات محلية .
- إمكانية توفير مُديرين محليين ، وتطبيق البرامج التعليمية والتدريبية .
- تقدير تكاليف النقل ، وتوضيح سياسة القروض والائتمان .
- توضيح إمكانية تقويم الأصول ، ومدى إمكانية دعم أسعار المواد الخام والماء والكهرباء ..... الخ ، وإمكانية الاستعانة بسلع وسيطة وخامات أخرى محلية .
- توضيح الاختصاص القضائي عند حدوث نزاع قانوني ، وتوضيح مدة العقد وإمكانية التفاوض لمد أجله .

وإذا نجحت السياسة الاقتصادية في رفع القدرة التنافسية للاقتصاد الوطني فسوف تسود شروط أفضل لأداء الاقتصاد الوطني ككل وفي كافة فروع الإنتاج وليس فقط في المناطق الحرة ، وكلما تلاشت عن المناطق الحرة صفة الجزر المنعزلة كلما أصبحت المناطق الحرة مناطق توطن صناعي عادية ، لأن نجاح عملية التصنيع ستوفر بنية أساسية جيدة في كل مكان خارج المنطقة الحرة ، وهذا يتطلب تغييرات ذات تأثير كبير داخل وخارج المناطق الحرة .ومن خلال نجاح المناطق الحرة في بلوغ أهدافها يمكن زيادة حصيلة العملات الأجنبية ، ورفع مستوى التشغيل ومستوى الأجور خاصة إذا نظرنا إليها كعامل اقتصادي مُساعد للتنمية الاقتصادية ، وهذا يمكن تلبينه إذا كان كلاً من مناخ الاستثمار والسياسة الاقتصادية مُتوافقان مع الأهداف التي تنشأ من أجلها المناطق الحرة .

### **توفير العملة الصعبة وتوسيع نطاق التجارة الخارجية :**

تُعد المنطقة الحرة مصدراً هاماً للحصول على العملات الأجنبية سواء كان ذلك عن طريق تصدير خدمات مثل خدمات عنصر العمل ومقابل تأجير الأراضي والمباني والمنشآت والمرافق المختلفة ومقابل خدمات الشحن والتفريغ ومقابل الحراسة والنقل والماء والكهرباء والغاز وغيرها من الخدمات الأخرى التي يمكن أن تؤدي للغير داخل المنطقة الحرة ، أو عن طريق شراء المواد

الأولية والمستلزمات السلعية المختلفة التي تقوم مجموعة من المشروعات الصناعية المحلية بإنتاجها ، إضافة إلى الأجور والمرتبات المدفوعة للأيدي العاملة الوطنية والأجنبية في مشروعات المناطق الحرة والتي يتم إنفاقها داخل البلد المضيف ، والمقبوضات من الرسوم الضريبية بعد انتهاء فترات الإعفاء الضريبي ، والمقبوضات من زيادة الطلب على الكثير من أنواع التجهيزات والمنتجات السياحية المختلفة.

كما يمكن جذب التجارة العابرة إلى المنطقة الحرة لتصبح مركزاً يُعاد منه التصدير إلى دول العالم ، وكذلك استيراد المواد الأولية والقيام بتحويلها أو استخدامها في بعض المراحل الصناعية ، مما يُتيح تنفيذ مرحلة أو أكثر من مراحل تصنيع هذه الموارد .<sup>(60)</sup> وتعمل الدول المضيفة على تشجيع وتطوير الروابط ما بين الشركات المتواجدة بالمناطق الحرة والمقاولين المحليين التجاريين، كذلك تطوير العلاقات الثنائية التي تُجسد الاندماج للصناعات الأجنبية مع النسيج الاقتصادي الوطني ، حيث مؤسسات المنطقة تزود احتياجاتها من السوق المحلي .ويؤثر موقع المنطقة الحرة تأثير كبير في زيادة حصيلة النقد الأجنبي لاقتصاد البلد المضيف كونه يعتبر من العوامل التي تزيد من إقبال السياح على البلاد التي تقام بها المناطق الحرة ، وخصوصاً إذا كان موقع المنطقة الحرة في مركز متوسط للمواصلات الدولية يقصده العابرون لتلك المناطق لشراء احتياجاتهم منها، ولعل في الموقع الممتاز للمنطقة الحرة في ميناء هونغ كونغ وشانون بإيرلندا ما يجعلها من أهم المراكز العالمية في التجارة الدولية ، بالإضافة إلى أنهما يعتبران من المراكز العالمية في التجارة الدولية والسياحية الهامة، كما أن ما يتحقق للبلد المضيف من رصيد ملاءم وكافٍ من العملات الأجنبية الناتجة عن واردات رؤوس الأموال الأجنبية إنما يُشكل تعزيزاً هاماً للموارد الوطنية ، فهذه الاستثمارات المُقامة داخل نطاق المنطقة الحرة توفر العملات الصعبة للبلد المضيف مرتين، الأولى عند قدومها إلى البلاد ، والثانية عند بيعها لمنتجاتها في الأسواق الخارجية ، مما يفتح أمام البلد المضيف للاستثمار الأجنبي إمكانات أكبر للدخول في أسواق التصدير وبالتالي زيادة حصيلة الصادرات ، ويؤدي ذلك إلى زيادة نصيبها من العملات الصعبة الناتجة عن التصدير مما يحول اقتصاد البلد إلى اقتصاد تصديري ويرفع بذلك القدرة الشرائية للبلد للحصول على ما تحتاجه من الخارج من السلع الرأسمالية والمعدات الإنتاجية اللازمة لعملية التنمية .<sup>(61)</sup> وبذلك يمكن القول أنه كلما ازدادت حصيلة النقد الأجنبي في أي بلد كلما دل ذلك على الدور الإيجابي الذي تلعبه المناطق الحرة في اقتصاد ذلك البلد وما ينجم عنه من انعكاسات اقتصادية واجتماعية تساهم في تحقيق الرفاهية للمجتمع، وهذا ما جعل من الدول تعمل على الاستفادة بشكلٍ أمثل من المناطق الحرة حتى تحقق المكاسب المُتوقعة من التكاليف التي تحملتها بهدف إنشاء وتسيير هذه المناطق ، وإلى جانب البحث للحصول على العملات الصعبة فإن الدول المضيفة تسعى إلى اكتساب المهارات التكنولوجية الحديثة التي تجلبها المؤسسات الأجنبية .

### المنطقة الحرة بمصراتة :

أنشئت المنطقة الحرة بمصراتة بقرار مجلس الوزراء رقم (495) لسنة 2000م كأول منطقة حرة في ليبيا ، وبدأ العمل الفعلي وتشجيع رؤوس الأموال الوطنية ورؤوس الأموال الأجنبية على

إنشاء المشروعات الاستثمارية في المنطقة الحرة بمصراتة ، إضافة إلى التوقيع على العديد من الاتفاقيات في إطار دعم وتشجيع الاستثمارات وحمايتها حالها حال كثير من الدول التي تسعى إلى تحسين البيئة التشريعية لا سيما من ناحية إصدار القوانين التي تتعلق بتشجيع الاستثمارات، وتمنح تلك القوانين الشركات العديد من المزايا والإعفاءات الضريبية والضمانات التي تكفل حقوق المستثمرين والمتمثلة في عدم تأمين المال المستثمر داخل البلد أو مصادرته وأن تسود أحكام هذه القوانين على أحكام أي قانون تم إصداره في سنوات سابقة ، إضافة إلى تحديد الطرق القانونية التي تلجأ إليها أطراف الاستثمار في حالات النزاع .

وأعيد تنظيم المنطقة الحرة بمصراتة بقرار مجلس الوزراء رقم (32) لسنة 2006م<sup>(62)</sup> على مساحة تبلغ (3500) هكتار شاملة ميناء مصراتة البحري الذي كان يتبع الشركة الاشتراكية للموانئ، فقد تم نقل تبعية هذا الميناء بكافة مرافقه ومراحله إلى المنطقة الحرة بمصراتة بقرار مجلس الوزراء رقم (33) لسنة 2006م<sup>(63)</sup> ، مع صومعة الحبوب بالميناء . ويعتبر مشروع إنشاء المنطقة الحرة بمصراتة من أعمال المنفعة العامة وتنزع ملكية العقارات الموجودة ضمن حدود المنطقة مع اتخاذ الإجراءات اللازمة لتعويض ملاك هذه العقارات تعويضاً عادلاً وفق التشريعات الصادرة بالخصوص.<sup>(64)</sup>

### **والمنطقة الحرة بمصراتة لها أهداف تسعى إلى تحقيقها ، من تلك الأهداف :**

- تشجيع تجارة العبور وعمليات التصنيع المختلفة والعمليات التمويلية والتي من شأنها تغيير حالة البضائع أو تهيئتها وفقاً لمقتضيات التبادل التجاري ومتطلبات الأسواق الخارجية والمحلية .
- جذب رؤوس الأموال لإقامة مشروعات استثمارية في بيئة حرة من القيود الجمركية والضريبية وفقاً للضوابط المحددة بالقانون وبما يُحقق المصلحة المشتركة بين المستثمر والاقتصاد الوطني .
- نقل وتوطين التقنية والمعرفة من خلال إقامة الصناعات التحويلية والتقنية المُعتمدة على استغلال الخامات المحلية والإفريقية بما يؤدي إلى خلق قاعدة خدمية وصناعية متطورة وبما يساهم في تطوير التبادل التجاري والخدمي لدعم الاقتصاد الوطني .
- وجود منطقة حرة سيكون أداة جذب واستقطاب للعديد من الشركات الكبرى والعالمية وذات الخبرة والباع الطويل في مختلف الصناعات ، ووجودها في المنطقة الحرة بمصراتة بإقامة صناعات سواء كانت تجميعية أو صناعات متكاملة ستخلق بيئة تدريب وتطوير ونقل للتقنية والمعرفة للعناصر الوطنية التي ستكون عاملة في هذه الشركات .
- فتح أفق العمل والتدريب أمام العناصر الوطنية ، فالمنطقة الحرة وبوجود العديد من الشركات الاستثمارية بها ستحقق فرص عمل مناسبة للعناصر الوطنية ، وستخلق

بيئة مناسبة لتدريبهم على أحدث التقنيات وأساليب العمل المتطورة .

وإيجاد فرص العمل سيكون بطريقتين مباشرة وغير مباشرة ، العمل بالمنطقة وخارج المنطقة (صاحب الركوبة العامة ، صاحب المحل التجاري ، صاحب الفندق ... الخ) ، فالمستثمرين بالمنطقة الحرة ووفقاً للتشريعات المنظمة لا يجوز لهم الإقامة داخل المنطقة الحرة ، ومعنى ذلك أن إقامتهم ومعيشتهم ستكون خارج المنطقة الحرة وهو ما يوفر فرص كبيرة لتفعيل الاقتصاد الوطني بكافة قطاعاته ، وإشعاع المنطقة الحرة سيكون إشعاع خارج سياجها ، وهذه حقائق موجودة في العديد من الدول على أن الاستفادة من المنطقة الحرة ستكون لكل الدولة ولكل شرائحها ، فالمستثمر عندما يأتي للمنطقة الحرة لينشأ مشروعاً فهو يحتاج إلى سكن وإلى سيارة يتنقل بها وإلى محلات لشراء بضائعه واحتياجاته ، ويحتاج إلى المصايف والفنادق ومدارس لأبنائه ... الخ ، وعند وجوده داخل البلد فهو مُلزم بكافة الضوابط والقوانين المنظمة للحياة ، وحتى داخل المنطقة الحرة فقد حدد القانون خمس محددات لا يجوز التنازل عنها (العقيدة والأمن الوطني وحماية البيئة والصحة والسلامة العامة) هذه محددات رئيسية لا يجوز التهاون فيها ، وعدا ذلك فهي تعتبر منطقة حرة ، أما داخل البلد فسيكون خاضع للقوانين والنظم التي تنظم حياة المجتمع في ليبيا .

بالإضافة إلى فتح آفاق العمل والتدريب فإن المنطقة ستحقق مردود اقتصادي من العوائد المباشرة أو غير المباشرة ، بالإضافة على أنها تشجع تجارة العبور وتساهم في زيادة وتنشيط حركة التبادل التجاري ، وأيضاً ستخلق مجال رحب لتشجيع القطاع الخاص على تأسيس شركات لإقامة مشروعات صناعية وتصدير منتجاتها للأسواق الخارجية .<sup>(65)</sup>

المنطقة الحرة ممراتة ودورها في تنشيط حركة التجارة :

كما بدا واضحاً في الأهداف فإن أحد دوافع إقامة المناطق الحرة في الدول النامية الرغبة في الانتقال والتحول من سياسة صناعية متوجهة نحو الداخل إلى استراتيجية قائمة على التصدير ، وزيادة الصادرات حتى تكون لها أثر فاعل لا بد أن توجه خارج البلد المضيف ، فالهدف الأساسي وراء معاملة المناطق الحرة بجميع أشكالها وصورها معاملة جمركية وضريبية تختلف عن باقي أقاليم الدولة هو إزالة القيود والعوائق التي قد تعترض سبيل المستثمرين ، وتسهيل عملية استيراد السلع وتصنيعها ثم إعادة تصديرها مرة أخرى إلى الخارج ، الأمر الذي يؤدي إلى خلق قيمة مضافة عالية وزيادة الصادرات ، ومن ثم المساهمة في زيادة حصيلة الدولة من النقد الأجنبي .

ويوضح الجدول رقم (1 - أ) والجدول رقم (1 - ب) حركة النشاط التجاري بالمنطقة الحرة بمصراتة خلال الفترة من 2006-2020م :

جدول رقم (1 - أ)  
حركة النشاط التجاري بالمنطقة الحرة بمصراتة  
خلال الفترة من 2006-2013م

| ت | البيان                 | 2006      | 2007      | 2008      | 2009        | 2010      | 2011    | 2012      | 2013          |
|---|------------------------|-----------|-----------|-----------|-------------|-----------|---------|-----------|---------------|
| 1 | سفن واردة              | 1,042     | 1,160     | 1,253     | 2,031       | 1,805     | 408     | 1,244     | 1,451         |
| 2 | حاويات مشحونة (TEUs)   | 64,637    | 62,118    | 94,857    | 125,592     | 125,100   | 31,563  | 146,670   | 219,462       |
| 3 | حاويات مفرغة (TEUs)    | 63,432    | 64,712    | 99,096    | 133,723     | 130,779   | 30,339  | 159,634   | 225,929       |
| 4 | بضائع مفرغة (طن متري)  | 1,299,004 | 1,682,006 | 2,092,733 | 3,327,172   | 3,263,715 | 477,589 | 1,293,117 | 1,550,916.183 |
| 5 | بضائع مشحونة (طن متري) | 604,137   | 832,463   | 434,609   | 244,679     | 291,077   | 63,481  | 68,929    | 32,789        |
| 6 | بضائع الصب (طن متري)   | 478,846   | 705,275   | 500,390   | 702,108.320 | 1,153,822 | 0       | 504,621   | 1,088,039.447 |
| 7 | حيوانات                | 28,088    | 14,335    | 66,049    | 47,049      | 90,496    | 35,532  | 305,873   | 500,134       |
| 8 | سيارات                 | 28,442    | 41,355    | 13,035    | 46,356      | 33,726    | 26,473  | 253,224   | 201,543       |

المصدر : بيانات مجمعة من المعلومات التي وفرتها إدارة المنطقة الحرة بمصراتة ، إدارة الشؤون المالية ، 2020م .

جدول رقم (2 - ب)  
حركة النشاط التجاري بالمنطقة الحرة بمصراتة  
خلال الفترة من 2014-2020م

| ت | البيان                           | 2014          | 2015          | 2016          | 2017        | 2018        | 2019        | 2020        |
|---|----------------------------------|---------------|---------------|---------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 1 | سفن واردة                        | 1,249         | 933           | 947           | 784         | 848         | 1,119       | 989         |
| 2 | حاويات مشحونة (TEUs) معبئة فارغة | 9,644         | 6,228         | 8,772         | 4,810       | 4,359       | 6,317       | 6,756       |
| 3 | حاويات مفرغة (TEUs)              | 172,349       | 150,379       | 124,450       | 105,636     | 145,209     | 198,544     | 189,777     |
| 4 | بضائع مفرغة (طن متري)            | 1,443,697.448 | 1,057,606.690 | 1,033,001.962 | 370,432.524 | 568,797.007 | 246,515.384 | 617,352.018 |
| 5 | بضائع مشحونة (طن متري)           | 98,622.179    | 965,469.314   | 228,854.821   | 225,869.746 | 115,472.045 | 212,555.445 | 104,581.828 |
| 6 | بضائع الصب (طن متري)             | 699,826.192   | 901,438.877   | 831,816.696   | 471,813.410 | 392,619.910 | 880,370.408 | 703,883.965 |
| 7 | حيوانات                          | 470,152       | 501,511       | 481,769       | 407,561     | 242,740     | 698,493     | 219,178     |
| 8 | سيارات                           | 113,539       | 72,072        | 57,899        | 86,431      | 147,298     | 273,222     | 139,803     |

المصدر : بيانات مجمعة من المعلومات التي وفرتها إدارة المنطقة الحرة بمصراتة ، إدارة الشؤون المالية ، 2020م .

يتضح من الجدولين أن هنالك زيادة في عدد السفن الواردة إلى ميناء المنطقة الحرة بمصراتة خلال الفترة (2006-2009م) ، وبالتالي زادت كميات البضائع التي تم مناوالتها تفريغ وشحن ، وكذلك بضائع الصب (الحبوب) والمواشي والسيارات ، ونلاحظ أيضاً بأن عدد السفن الواردة إلى ميناء المنطقة الحرة بمصراتة خلال سنة 2010م انخفضت مقارنة بسنة 2009م نتيجة الأزمة المالية العالمية ، واستمرت في الانخفاض في سنة 2011م بسبب أحدث 17 فبراير وانخفضت على أثر ذلك كافة الأنشطة داخل ميناء المنطقة وهذا بدوره انعكس سلباً على قطاع النقل والعمالة وكافة الشركات التي تعمل في النشاط الخدمي بالمنطقة .ومن الملاحظ نجد أن هنالك تحسن في مستوى الصادرات والواردات خلال الفترة (2012-2014م) مما يفسر أن هنالك استقرار في الأوضاع الأمنية نتيجة إجراءات تم اتخاذها من قِبل إدارة المنطقة الحرة بمصراتة وهذا بدوره انعكس إيجاباً على أعمال المناولة المتمثلة في الشحن والتفريغ بتحسّن مستوى الواردات والصادرات وهذا يدل على أن المنطقة الحرة بمصراتة ساهمت في تحسين وتنشيط حركة التبادل التجاري<sup>(66)</sup> .وتولي إدارة المنطقة الحرة بمصراتة عناية خاصة للمشروعات التي تُحقق للبلد رصيد ملاءم وكافٍ من العملات الأجنبية الناتجة عن واردات رؤوس الأموال الأجنبية ، وهذا بدوره يُشكل تعزيزاً هاماً للموارد الوطنية .

ويوضح الجدول رقم (2) تطور الصادرات والواردات الخاصة بالمنطقة الحرة بمصراتة خلال الفترة من 2014-2020م :

جدول رقم (2)

تطور صادرات وواردات المنطقة الحرة بمصراتة خلال السنوات (2014-2020)

| السنوات | الصادرات | الواردات | المتداولة | العجز التجاري |
|---------|----------|----------|-----------|---------------|
| 2014    | 115.237  | 127.078  | 0.103     | -11.841       |
| 2015    | 49.941   | 38.293   | 0.08      | 11.648        |
| 2016    | 24.093   | 33.924   | 0.12      | -9.831        |
| 2017    | 1.775    | 1.666    | 0.03      | 0.109         |
| 2018    | 23.265   | 11.412   | 0.51      | 11.853        |
| 2019    | 99.327   | 30.850   | 0.34      | 68.477        |
| 2020    | 68.193   | 12.997   | 0.03      | 55.196        |

**المصدر :** وزارة الاقتصاد والتجارة ، بيانات المنطقة الحرة بمصراتة ، إدارة الاستثمار ، 2020م .

من الجدول يتبين أن هنالك زيادة في الواردات بالمنطقة الحرة بمصراتة خلال السنوات (2014 ، 2016م) وهذا يدل على أن هنالك حركة نشطة في عملية الاستيراد عبر المنطقة الحرة بمصراتة وتحول عدد كبير من الجهات الموردة للتعامل معها لموقعها الاستراتيجي وقربها من الأسواق ، ومن الملاحظ أيضاً ارتفاع الصادرات خلال السنوات (2015 ، 2017 ، 2018 ، 2019 ، 2020م) وذلك نتيجة للزيادة في حجم الصادرات ، مما يشير إلى أن المشروعات المقامة بالمنطقة الحرة بمصراتة قد ساهمت في تحسين وضع الميزان التجاري ، وهذا يعتبر أحد أهم أهداف إقامة المناطق الحرة في ليبيا وهو المساهمة في تحسين ميزان المدفوعات عن طريق تنمية الصادرات والإنتاج من أجل التصدير باعتبار أن مشروعات المناطق الحرة بمثابة نافذة على العالم الخارجي ، إلى جانب كونها تحقق المرونة الكافية في التعامل مع العالم الخارجي بما يتفق واحتياجات السوق العالمية وذلك من أجل تخفيف العجز في ميزان المدفوعات والميزان التجاري إن وجد. وتظهر مساهمة مشروعات المنطقة الحرة بمصراتة في تحسين وضع الميزان التجاري من خلال الفرق بين صادراتها ووارداتها . من هذه البيانات وخلال تلك الفترة المحددة في الجدول رقم (2) يمكن القول بأن المنطقة الحرة بمصراتة حققت المُستهدف منها ولو لم يكن بالشكل المطلوب والمتوقع في تخفيف العبء عن ميزان المدفوعات الليبي ، وهو الهدف الأساسي الذي حرصت الدولة على تحقيقه من خلال إنشاء المناطق الحرة ، وقد يرجع ذلك كون بعض المشروعات في مرحلة الإنشاء وما تتطلبه هذه المرحلة من استيراد مُعدات وأدوات رأسمالية لأغراض التكوين الرأسمالي ، كما أن هناك معوقات أخرى لابد من معالجتها لتنمية الصادرات ونذكر منها :

- زيادة حدة المنافسة العالمية من قبل الشركات العملاقة ذات الإمكانيات الضخمة .
- الاهتمام بالأسواق المحلية على حساب التصدير إلى الأسواق العالمية .

- عدم الالتزام بالمقاييس والمعايير العالمية من قبل العديد من المصدرين .  
 - ولا شك أن استمرار هذا الاتجاه من جانب مشروعات المنطقة الحرة بمصراته يعني أن أحد أبرز الأهداف التي من أجلها يتبنى الاقتصاد الليبي سياسة تشجيع الاستثمارات الأجنبية وإنشاء المناطق الحرة وهو تنمية الصادرات لم يتحقق بالمستوى المأمول، ويرجع ذلك إلى أن الغالبية العظمى من الأنشطة في المنطقة الحرة بمصراته هي أنشطة تجارية وخدمية (تخزين) وليست أنشطة صناعية تحويلية .  
 كما تعمل المناطق الحرة كنوافذ للتكنولوجيا وذلك من خلال جذب تكنولوجيا متقدمة وباستخدام أساليب إنتاج حديثة ، كما تهدف إلى رفع مستوى الفن الإنتاجي والتكنولوجي الحديث ، وذلك بتشجيع الاستثمارات المصاحبة للتكنولوجيا المتطورة إلى جانب الاستثمارات المحلية للاستفادة من هذه المعارف الفنية المتقدمة .  
 فإذا ما نظرنا إلى المشروعات المقامة بالمنطقة الحرة بمصراته يتبين أن عدد المشروعات المقامة بالمنطقة الحرة بمصراته لا يزيد رأس مالها عن مليون دولار ، مما يشير إلى أن عدداً كبيراً من هذه المشروعات ذات حجم لا يساعد على إدخال التكنولوجيا المتقدمة إلى البلاد والتي تستلزم رؤوس أموال كبيرة . وفي الجدول رقم (3) توضيح للمشروعات المتواجدة بالمنطقة الحرة بمصراته طبقاً لمجالات النشاط المختلفة خلال الفترة من 2014-2020م :

جدول رقم (3)

مشروعات المنطقة الحرة بمصراته وفقاً للنشاط

| السنوات البيان | 2014 | 2015 | 2016 | 2017 | 2018 | 2019 | 2020 |
|----------------|------|------|------|------|------|------|------|
| صناعي          | 8    | 8    | 8    | 8    | 10   | 12   | 12   |
| تجاري          | 17   | 15   | 15   | 15   | 15   | 15   | 17   |
| خدمي           | 14   | 14   | 13   | 14   | 16   | 18   | 18   |
| الإجمالي       | 39   | 37   | 36   | 37   | 41   | 45   | 47   |

المصدر : وزارة الاقتصاد والتجارة ، بيانات المنطقة الحرة بمصراته ، إدارة الاستثمار ، 2020م .  
 من خلال هذا الجدول يتضح أن النشاط الغالب للمشاريع هو التجارة ويليها الخدمات ، وهي في ارتفاع مستمر ، وهذا لارتباط المنطقة الحرة بمصراته بالميناء واستغلاله في تجارة العبور ، كون أن هذه المشاريع تحقق عوائد أسرع من العوائد المحققة من المشاريع الصناعية .  
 من هذا التحليل يتضح أن المشروعات المقامة داخل المنطقة الحرة بمصراته لم تساهم بالقدر المطلوب تحقيقه في رفع مستوى الفن الإنتاجي ، نظراً لصغر حجم الغالبية العظمى من تلك المشروعات ، وحتى لو أن المشروعات الاستثمارية الأجنبية قامت بإدخال تجديدات أو تحسينات في تكنولوجيا الإنتاج تمثلت في استخدام آلات أحدث من الآلات المعروفة في الصناعات الليبية المماثلة

، إلا أن ما يُصاحب هذه المشروعات من تكنولوجيا مُتطورة يظل إلى حد كبير قاصراً على هذه المشروعات وخاضعاً لسيطرة وتوجيه أصحابها ، وليس من المُتوقع أن تقوم هذه المشروعات بنشر هذه التكنولوجيا حتى تحتفظ لنفسها بالتفوق في المنافسة بالنسبة للأنشطة والمشروعات المُماثلة سواء الليبية أو الأجنبية الأخرى.

كما أن أغلب المشروعات الاستثمارية الأجنبية لا تسعى لتطوير التكنولوجيا التي تصطبها معها بهدف المساهمة في معالجة المشاكل الاقتصادية في البلاد بقدر خدمتها لأهدافها الخاصة والتي تتمثل في الحصول على أكبر عائد ممكن ، فبعض المشروعات الاستثمارية تستخدم أساليب تكنولوجية كثيفة الاستخدام لرأس المال ، في حين أن ما يُلائم الاقتصاد الوطني استخدام أساليب تكنولوجية كثيفة الاستخدام لليد العاملة لإيجاد فرص عمل للأيدي العاملة المحلية للمساهمة في حل مشكلة البطالة في ليبيا . وإذا كانت عملية التطور العلمي والتكنولوجي ذات أهمية بالغة في تحقيق التنمية الاقتصادية والاجتماعية الشاملة ، فإن مسؤولية ذلك لا تقع بالدرجة الأولى على عاتق المستثمر سواء كان ليبياً أو أجنبياً ، ذلك أن عملية التطور العلمي والتكنولوجي ، والتي تساهم في رفع مستوى الفن الإنتاجي ، لها أبعادها ومُتطلباتها ، وبالتالي يجب أن يكون للبلد دور كبير ليس فقط في رسم سياسة تكنولوجية تتفق مع ظروف المجتمع الليبي ، ولكن أيضاً في إقامة المؤسسات وإصدار التشريعات الملائمة لإحداث نهضة تكنولوجية تُساهم في تحقيق التنمية الاقتصادية الشاملة . ويُؤكد تقرير للأونكتاد على هذا المعنى ، حيث يذكر أن «المزايا المُحتملة من المشروعات المُتواجدة بالمناطق الحرة تتوقف على الظروف الابتدائية في البلد المُضيف ، وأنه ما لم تكن هناك شركات محلية على مستوى يُؤهلها للتفاعل مع الشركات دولية النشاط ، فلن يكون هناك نقل للمعرفة والتكنولوجيا ، وسوف تتضاءل في هذه الحالة احتمالات حدوث أي تغيير إيجابي في المزايا التنافسية الديناميكية للبلد المُضيف»<sup>(67)</sup> .

### الإيرادات المحققة بالمنطقة الحرة بمصراتة :

الجدول التالي يوضح بالأرقام الإيرادات بالمنطقة الحرة بمصراتة المحققة خلال الفترة من 2010 حتى 2020 م :

جدول رقم (4)

إجمالي الإيرادات المحققة بالمنطقة الحرة بمصراتة

خلال الفترة من 2010 حتى 2020 م

القيمة بالمليون دينار ليبي

| السنوات | إيرادات الاستثمار | إيرادات الميناء | الإجمالي        |
|---------|-------------------|-----------------|-----------------|
| 2010    | 4,230,521.126     | 89,226,282.267  | 93,456,803.393  |
| 2011    | 2,356,876.955     | 20,917,120.525  | 23,273,997.480  |
| 2012    | 5,179,800.043     | 109,484,267.859 | 114,664,067.902 |
| 2013    | 4,579,420.375     | 139,409,285.380 | 143,988,705.755 |

| السنوات  | إيرادات الاستثمار | إيرادات الميناء   | الإجمالي          |
|----------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 2014     | 2,711,477.433     | 113,115,724.421   | 115,827,201.854   |
| 2015     | 1,610,508.919     | 84,324,943.061    | 85,935,451.980    |
| 2016     | 540,401.399       | 76,713,351.721    | 77,253,753.120    |
| 2017     | 1,300,218.280     | 81,374,502.629    | 82,674,720.909    |
| 2018     | 1,340,909.503     | 103,613,951.285   | 104,954,860.788   |
| 2019     | 1,553,947.925     | 162,121,809.208   | 163,675,757.133   |
| 2020     | 1,537,715.386     | 138,577,208.136   | 140,114,923.522   |
| الإجمالي | 26,941,797.344    | 1,118,878,446.492 | 1,145,820,243.836 |

**المصدر :** وزارة الاقتصاد والتجارة، إدارة المنطقة الحرة بمصراته ، قسم التوثيق والمعلومات ، 2020 م .

ما يمكن أن يستنتجه الباحث من الجدول السابق أن هناك تحسن وتطور في المنطقة الحرة بمصراته ، حيث بلغ إجمالي إيرادات المنطقة الحرة بمصراته المحققة سنة 2010م مبلغ 93,456,803.393 مليون دينار ليبي ، في حين بلغ إجمالي الإيرادات سنة 2013م مبلغ 143,988,705.755 مليون دينار، حيث كان كل دولار أمريكي خلال هذه الفترة (2010-2013) يقابله 1.34 دينار ليبي ، مما يعطي دلالة على أن المنطقة الحرة بمصراته تحسن أداءها وبدأت تحقق أهدافها نسبياً واجتازت المرحلة الصعبة التي عرفتتها في بداية نشاطها. ومن الملاحظ انخفاض الإيرادات خلال السنوات 2014 ، 2015 ، 2016م وذلك نتيجة الأحداث وإشكالية الاستقرار السياسي وتفشي الضعف في مجالات الحكم الرشيد وارتفاع نسب ومستويات الإجرام وبروز السوق الموازية وصعوبة الوصول وكلفته المرتفعة ، إلا أن الإيرادات ارتفعت خلال السنوات 2017 ، 2018 ، 2019م وتعزى هذه الزيادة إلى استقرار الأوضاع السياسية والاقتصادية<sup>(68)</sup> والأمنية خلال هذه الفترة ، وهذا يؤكد على أن وجود بيئة سياسية واقتصادية تتمتع بالاستقرار والثبات يعتبر من أهم العناصر في عملية التنمية الاقتصادية في كافة المجالات سواء فيما يتعلق بتنمية الدخل القومي والارتقاء بمستوى معيشة الإنسان أو فيما يخص تنشيط حركة التجارة وجذب وتوطين الاستثمارات ونجاح المشاريع المقامة بالمنطقة الحرة أو فيما يتعلق بتنمية العائد من النقد الأجنبي وتنمية الصادرات وتنويعها وتنمية الموارد البشرية وإيجاد فرص عمل جديدة ونقل التكنولوجيا والتقنيات الحديثة وتنمية المهارات والخبرات الفنية والإدارية والتنمية الإقليمية وزيادة النمو للجهات النائية على أساس ارتباط المنطقة الحرة بالمناطق المحيطة بها .

### اختبار الفرضيات:

على ضوء التحليل السابق حاول الباحث اختبار صحة الفرضيات المُحددة في المُقدمة وتمكن

من :

**التأكد من صحة الفرض الأول** والذي يتلخص في أن المنطقة الحرة بمصراته تواجه منذ نشأتها عدة عقبات أبرزها عدم الاستقرار الاقتصادي واستمرار السياسات الاقتصادية على ما

هي عليه حتى نهاية سنة 2010م ، وإلى عدم الاستقرار السياسي منذ سنة 2011م حتى 2020م ، فبالأمل والتمعن في مستجدات وتطورات مراحل المنطقة الحرة بمصراتة خلال فترة البحث يتأكد أن هذه المنطقة لم يكن متوفر لديها مقومات الاستقرار الاقتصادي والسياسي منذ نشأتها حتى وقتنا الحاضر .

**كما ثبت صحة الفرض الثاني** المتعلق بأن نجاح المنطقة الحرة بمصراتة في إنشاء نشاط تجاري متقدم يرتبط بمدى توفر البنية الأساسية الجيدة والتخطيط الجيد ، ولا يرتبط أداءها بخصائصها الذاتية فقط وإنما بخصائص المحيط الذي تنشأ فيه أيضاً ، حيث أوضح البحث أن نجاح أي منطقة حرة في العالم يرتبط بتوفير مجموعة من العوامل المرتبطةتهيئة المناخ الاستثماري الملائم لجذب المستثمرين الأجانب والوطنيين ، مع العلم بأن هذه المقومات لا تتحقق مرة واحدة ولكن إذا توفرت الإرادة السياسية يمكن تحقيقها بخطى سريعة .

### الخاتمة:

من خلال دراسة وتحليل مادة البحث من معلومات فرتها المراجع من كتب ودراسات ومقالات وبيانات وإحصاءات وتقارير وغيرها إضافة للزيارات الميدانية والوقوف على عين المكان ولقاء المسؤولين بوزارة الاقتصاد والتجارة الليبية وإدارة المنطقة الحرة بمصراتة للاستدلال بأرائهم ، توصل البحث إلى النتائج والتوصيات التالية :

### النتائج :

1. تلعب المناطق الحرة دوراً هاماً في حل بعض المشكلات الاقتصادية والاجتماعية التي تواجه العديد من دول العالم ، حيث تُعد أحد الأدوات الرئيسية التي تأخذ بها الدولة لزيادة كفاءة استخدام الموارد المتاحة واستيعاب الأيدي العاملة المعرضة لخطر البطالة بإيجاد فرص عمل جديدة لها وبالتالي تخفيف حدة الفقر ، بالإضافة إلى زيادة العائد من النقد الأجنبي وزيادة الصادرات وتنمية المناطق النائية ، ونقل التكنولوجيا .
2. بالنظر إلى الفترة الممتدة من تاريخ إنشاء المنطقة الحرة بمصراتة إلى سنة 2010م يُلاحظ أن المنطقة الحرة بمصراتة لم تحقق أهدافها الاقتصادية المنتظرة ولازال النشاط التجاري فيها أكثر من أي نشاط آخر كنشاط الصناعات التصديرية ، الأمر الذي يُعزى إلى مجموعة من العوامل أدت مع تضافرها إلى تأخير ظهور كثير من المنافع والمكاسب الاقتصادية المهمة للمنطقة الحرة بمصراتة ، ولعل من أبرز تلك العوامل :
  - نقص الاستقلالية الفعلية للمنطقة الحرة بمصراتة بسبب عدم ثبات القوانين والقرارات المتعلقة بها وإصدارها في فترات قصيرة ومتعاقبة بصورة أفقدت ثقة المستثمرين فيها، بالإضافة إلى تداخل الاختصاصات بين الجهات ذات العلاقة بالمنطقة الحرة بمصراتة، وتجدر الإشارة إلى أن القرار رقم (611) لسنة 2013م حل العديد من المشاكل والصعوبات التي واجهت المنطقة الحرة بمصراتة في هذا الجانب وتحسنت صورتها كثيراً عما كانت عليه وتم به تفادي الأخطاء السابقة الناتجة عن عدم وضوح الرؤية المستقبلية لهذه المنطقة .

- عدم توفر الإرادة السياسية اللازمة لم تتمكن المنطقة الحرة بمصراتة من الاستفادة من توصيات الخبراء والمنظمات الدولية التي تقوم باستمرار بتقييم المناطق الحرة بعد إنشائها .

- البطء الشديد في تنفيذ المشروعات الخاصة بالإنشاءات والمرافق من جانب شركات المقاولات التي سبق وأن أسندت إليها عمليات تنفيذ تلك المشروعات خلال العقد الأول من عمر هذه المنطقة .

3. لم تنجح المنطقة الحرة بمصراتة بالشكل المطلوب في تحقيق هدف جذب الاستثمارات وهو أحد الأهداف الرئيسية التي أنشأت المنطقة من أجل تحقيقه ، ويرجع ذلك لعدة أسباب تتعلق أغلبها بالجوانب التشريعية والقانونية ، إلا أنها نجحت في تشييط حركة التجارة بالنظر إلى حركة الصادرات والواردات والإيرادات المتحصل عليها .

4. حققت المنطقة الحرة بمصراتة إيرادات مُعتبرة من الميناء وعوائد الاستثمار مما ساعد على تغطية تكاليف إنشائها الأمر الذي سيساهم في تشجيع النمو والتطور بها مستقبلاً .  
5. تعاني ليبيا في السنوات الأخيرة من ظاهرة رحيل المشاريع الأجنبية إلى مناطق أخرى وهذا يرجع إلى عدم الاستقرار السياسي الذي يؤثر سلباً على قرار الاستثمار بالدولة بشكل عام .

6. عدم وجود قاعدة بيانات متكاملة للمنطقة الحرة بمصراتة مما شكل ذلك صعوبة بالغة في الحصول على المعلومات التي تغطي كامل فترة البحث .

ويمكن القول بأن المنطقة الحرة بمصراتة واحدة من المناطق الحرة في العالم التي تتميز بموقعها الاستراتيجي مع وجود بعض الميزات التي لا تتوفر في مناطق أخرى ، كان مسارها بطيء ومُتأثر بالمشاكل التي يُعاني منها الاقتصاد الوطني وحالة عدم الاستقرار السياسي والاقتصادي ، واحتلت مشاريع التجارة والتخزين الصدارة في إجمالي مشاريعها وذلك لارتفاع العائد على الاستثمار فيها ولانخفاض نسبة المخاطرة فيها ، كما أن المُخطط الليبي في بداية إنشاء هذه المنطقة لم يعمل على توفير العوامل التي تؤدي إلى نجاح المناطق الحرة ولعل من أبرزها عدم توفير الموارد المالية اللازمة لاستكمال البنية الأساسية لهذه المنطقة ، وازدادت أهمية ودور المنطقة الحرة بمصراتة في السنتين الأخيرتين مما جعلها تحتل صدارة المناطق الحرة في ليبيا .

## التوصيات :

1. دراسة التجارب الدولية الناجحة للمناطق الحرة وأخذ الدروس المُستفادة من تجارب تلك الدول والاسترشاد بها في توجيه مسار المنطقة الحرة بمصراتة ، ومن التجارب الدولية الناجحة للمناطق الحرة كتلك التي تم إقامتها في دول جنوب شرق آسيا مثل (سنغافورة – كوريا الجنوبية – هونج كونج سابقاً ... ) .
2. ضرورة تشجيع النشاط الصناعي الموجه للتصدير بالمنطقة الحرة بمصراتة وعمل مجموعة من الدراسات الاستراتيجية التي من شأنها التركيز على الموارد الاقتصادية وإمكانية استغلال هذه الموارد في التصنيع من أجل التصدير .

3. تُحدد رؤية واضحة حول نوعية الأنشطة المرغوب إقامتها داخل المنطقة الحرة بمصراتة في إطار الخطة العامة للدولة ، مع ضرورة إعطاء إدارة المنطقة الحرة بمصراتة كامل الصلاحيات والمرونة الكافية للتغلب على الصعوبات التي تواجه المُستثمر خلال مراحل التنفيذ للعمل دون تضييع الوقت وتشتيت الجهد وهذا ما ينعكس إيجاباً في مُجمله على الاقتصاد الوطني .

4. العمل على استقرار النظام التشريعي الخاص بتنظيم الاستثمار والمناطق الحرة ، ذلك لأن كثرة التعديلات في التشريعات تجعل إمام المُستثمر الأجنبي بها أمر عسير جداً ، فإذا كان هذا النظام لا يتسم بالاستقرار وتدخل عليه تعديلات كثيرة بين الحين والآخر ، فإن ذلك يجعل المُستثمر يفقد الثقة في هذا النظام ، ومن ثم يُفضل الابتعاد بأمواله لاستثمارها في دولة أخرى يتسم نظامها التشريعي بالاستقرار .

## الهوامش:

- (1) ميلود سعد المرغني ، دراسة ميدانية عن تنظيم وإدارة المناطق الحرة بليبيا ، (المنظمة العربية للعلوم الإدارية ، جامعة الدول العربية ، 1977م) ، ص 10 .
- (2) محمد قاسم خصاونة ، الاستثمار في المناطق الحرة ، (الأردن : دار الفكر ، 2010م) ، ص 20 .
- (3) المؤسسة العامة للمناطق الحرة بالجمهورية العربية السورية ، دراسة ميدانية عن تنظيم وإدارة المناطق الحرة في القطر العربي السوري ، (المنظمة العربية للعلوم الإدارية : جامعة الدول العربية ، 1977م) ، ص 6 .
- (4) الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية ، مرسوم تنفيذي رقم 94-320 بتاريخ 1994/10/17م خاص بالمناطق الحرة(الجريدة الرسمية) ، العدد 67 ، 1994م ، ص 13-14 .
- (5) المناطق الحرة بجمهورية مصر العربية ، تقرير عن وضع بور سعيد الراهن مُقدم للمجلس القومي للإنتاج والشؤون الاقتصادية ، قسم السياسات المالية ، سنة 1978م ، ص 1 .
- (6) فريد عبد الرحمن ، المناطق الحرة (القاهرة : الشركة المصرية للطباعة ، 1976م) ، ص 17 .
- (7) هاني فهمي ، دور مناطق التصدير الصناعية الحرة في تنمية الاستثمارات الصناعية ، جامعة الإسكندرية ، كلية التجارة ، 1992م ، ص 25 .
- (8) المنظمة العالمية لمناطق التصدير الحرة World Economic Processing Zones Association  
www.Wepza.org
- (9) www.albankaldawli.org/mna/arabicWeb.nsf/DosByUnid/Opendocument
- (10) موقع منظمة العمل الدولية . www.ILO.org
- (11) [www.un.org/arabic/publications/ourlives/unido.htm](http://www.un.org/arabic/publications/ourlives/unido.htm)
- (12) [www.un.org/arabic/publications/ourlives/unctad.htm](http://www.un.org/arabic/publications/ourlives/unctad.htm)
- (13) الاتفاقية الدولية لتبسيط وتنسيق الأنظمة الجمركية ، 1973م ، ص 149 .
- (14) اللجنة الإحصائية لمنظمة الأمم المتحدة ، المناطق الحرة في أوروبا ، بروكسل ، 1991م ، ص 32  
www.un.org/arabic/esa/progareas/stats.html
- (15) خبراء المنظمة العربية للعلوم الإدارية ، دراسة متكاملة عن تنظيم وإدارة المناطق الحرة بالدول العربية ، ندوة حول تنظيم وإدارة المناطق الحرة ببور سعيد ، سنة 1977م ، ص 7-8 .
- (16) معهد التخطيط القومي ، دور المناطق الحرة في تنمية الصادرات ، مرجع سبق ذكره ، ص 43 .
- (17) علي عبد الفتاح أبو شرار ، الاقتصاد الدولي نظريات وسياسات ، ط1 (عمان : دار المسيرة للنشر والتوزيع ، 2007م) ، ص 410 .
- (18) محمد عويدات وآخرون ، الاستيراد والتصدير بين النظرية والتطبيق (عمان : كلية الاقتصاد والعلوم الإدارية ، 1989م) ، ص 148-157 .
- (19) شانون المنطقة الحرة إيرلندا [www.shannonireland.com](http://www.shannonireland.com)
- (20) <sup>(\*)</sup> منطقة الكرايبب تضم كل من جمهورية الدومينيكان وجامايكا وكوستاريكا وهايتي وهي المناطق الحرة الأكثر فاعلية بالمنطقة .

- (21) شانون المنطقة الحرة إيرلندا [www.shannonireland.com](http://www.shannonireland.com) ، مرجع سبق ذكره .
- (22) نزيه عبد المقصود مبروك ، الآثار الاقتصادية للاستثمارات الأجنبية ، مرجع سبق ذكره ، ص 443 .
- (23) <sup>(\*)</sup> المركز المالي يُعرف على أنه موقع تنشط فيه عدد من المصارف التي بحوزتها رؤوس أموال يملكها أشخاص ذوي صفة طبيعية واعتبارية غير مُقيمة .
- (24) نزيه عبد المقصود مبروك ، الآثار الاقتصادية للاستثمارات الأجنبية ، مرجع سبق ذكره ، ص 92 .
- (25) تهازي فهمي ، دور مناطق التصدير الصناعية الحرة في تنمية الاستثمارات الصناعية ، مرجع سبق ذكره ، ص 58-61 .
- (26) رمضان صديق محمد ، الضمانات القانونية والحوافز الضريبية لتشجيع الاستثمار ، دراسة مقارنة بين القانون رقم 8 لسنة 1998م والقانون رقم 230 لسنة 1989م بمصر (القاهرة : دار النهضة العربية ، 1998م) ، ص 54 .
- (27) أمين السيد أحمد لطفي ، تحليل وتقييم الحوافز والإعفاءات الضريبية مع مدخل مقترح لقياس عوائدها وتكاليفها (القاهرة : دار النهضة العربية ، 1997م) ص 1 .
- (28) عبد السلام أبو قحف ، اقتصاديات الأعمال والاستثمار الدولي (الإسكندرية : مكتبة الإشعاع ، 2001م) ص 526 .
- (29) نعيم نصير ، إدارة وتقييم المشروعات ، منشورات المنظمة العربية للتنمية الإدارية ، القاهرة ، 2003م ، ص 13&304 .
- (30) رشاد أحمد عبد اللطيف ، أساليب التخطيط للتنمية (القاهرة : دار القاهرة للنشر ، 2002م) ، ص 187 .
- (31) مصطفى عز العرب ، الاستثمارات الأجنبية دراسة مقارنة لتحديد مركز مصر التنافسي ، مرجع سبق ذكره ، ص 102 .
- تم الاعتماد على :
- السيد عبد المولى ، المعاملة الضريبية للاستثمارات الأجنبية ، مرجع سبق ذكره ، ص 10 .
- حبيب الرحمن جدي ، دور السياسة الضريبية في اجتذاب رؤوس الأموال الأجنبية في الدول الآخذة في النمو ، رسالة دكتوراه ، كلية الحقوق ، جامعة القاهرة ، 1982م ، ص 29 .
- (32) إبراهيم شحاتة ، القواعد الإرشادية للبنك الدولي بشأن معاملة الاستثمارات الأجنبية ، مرجع سبق ذكره ، ص 8 .
- (33) <sup>(\*)</sup> حسب إحدى الدراسات الميدانية الشهيرة قام بها الخبير بازي للتعرف على أهم العوامل التي تحكم تدفق الاستثمارات الأجنبية والتي شملت مئات من رجال الأعمال الدوليين توصل فيها إلى أن الاستقرار السياسي للبلد المضيف يعتبر أهم العوامل في تحديد موقع الاستثمارات الأجنبية ، وقد أتفق معه في هذه النتيجة الخبير الدولي أهاروني بعد مقابلاته لمديري ثمانية

وثلاثون شركة دولية حول نفس الموضوع ، وتوصلت غيرها من الدراسات إلى أن الاستقرار السياسي والاقتصادي بالدول المضيفة يُعد العامل الأساسي في اتخاذ قرار الاستثمار فيها ، وهو أهم العوامل التي يُركز عليها المستثمر عند اتخاذ قرار الاستثمار في منطقة دون أخرى أي توفر الأمن والطمأنينة بعيداً عن النزاعات والصراعات من الناحية السياسية والتدخل والاستيلاء والمصادرة من الناحية الاقتصادية .

(34) رمضان صديق ، الضمانات القانونية والحوافز الضريبية لتشجيع الاستثمار ، مرجع سبق ذكره، ص 38 .

(35) رضا العدل وآخرون ، التخطيط الاقتصادي النظرية والأساليب (القاهرة : مكتبة التجارة والتعاون ، 1986م) ، ص 76-78 .

(36) التنافسية قد لا تزداد حتى عندما تزيد الإنتاجية إذا سُدت منافذ دخول الأسواق الخارجية بإجراءات تعريفية أو غير تعريفية ، حيث إن الإنتاجية خاصة داخلية تتعلق بالقدرة الذاتية للمنشأة ، بينما التنافسية خاصة خارجية تتعلق بالمركز النسبي للمنشأة إزاء منافسيها في الأسواق الدولية ، وقد يعتبر البلد تنافسياً إذا كان يُحسن استخدام ما تحت تصرفه من الموارد الطبيعية والبشرية ، وذلك بغض النظر عن كيف يقارن أداؤه الكلي بأداء غيره من الدول ، فقضية التنافسية هنا تتمثل في الإجابة عن السؤالين التاليين : هل أحسن البلد استخدام موارده ؟ وهل ثمة مجال للوصول إلى مستوى أفضل لاستخدام هذه الموارد ؟ ، فليس كل ما يفعله الآخرون قابل للنقل أو الاستنساخ حتى إذا كان قد حقق لهم إنجازات مُبهرة ، وما يمكن أن ينجح في الظروف المحلية محكوم في أول الأمر وآخره بما هو متاح من إمكانات وقدرات محلية .

(37) محمد رضا سليمان ، دور الإعفاءات والمزايا الضريبية الواردة بقوانين الاستثمار لجذب الفوائض المالية العربية ، مصر المعاصر ، العدد 384 ، إبريل 1981م ، ص 103 .

(38) حامد عبد المجيد ، السياسات المالية (الإسكندرية : مركز الإسكندرية للكتاب ، 2000م) ، ص 232-233 .

تم الاعتماد على :

-مازن عبد السلام أدهم ، العلاقات الاقتصادية والنظم النقدية الدولية (طرابلس : الدار الأكاديمية للطباعة والنشر ، 2007م) ، ص 52 .

(39) رمزي زكي ، أزمة الديون الخارجية رؤية من العالم الثالث (القاهرة : الهيئة المصرية العامة للكتاب ، 1978م) ، ص 395 .

(40) محمد عبد العزيز عجمية وآخرون ، التنمية الاقتصادية : مفهوماها - نظرياتها - سياساتها (الإسكندرية : الدار الجامعية ، 2000م) ، ص 180 .

(41) تُعرف التنمية الاقتصادية بأنها عملية يتم فيها زيادة الدخل الحقيقي زيادة تراكمية وسريعة ومستمرة عبر فترة من الزمن بحيث تكون هذه الزيادة أكبر من معدل نمو السكان

- مع توفير الخدمات الإنتاجية والاجتماعية ، وهناك من يعرفها بأنها تغيير شيء مع تحسينه أو مضاعفته بفعل حدث أو إجراء إداري يوفر للإنسان كل متطلبات الحياة المادية والمعنوية .
- (42) خبراء المنظمة العربية للعلوم الإدارية ، دراسة عن المناطق الحرة ، مرجع سبق ذكره ، ص 29 .
- (43) عطية عبد الحليم صقر ، الحوافز الضريبية لتشجيع الاستثمار في مصر ، مرجع سبق ذكره ، ص 24 .
- (44) تهاني فهمي ، دور مناطق التصدير الصناعية الحرة في تنمية الاستثمارات الصناعية ، مرجع سبق ذكره ، ص 53 .
- (45) <sup>(4)</sup> هنا يجب تعدد طرق المواصلات المؤدية إلى موقع المنطقة الحرة البرية منها أو البحرية أو الجوية سواء من داخل البلد إلى المنطقة أو من الخارج إلى المنطقة كأن تقع بالقرب من ميناء جوي أو بحري دولي وبالقرب من شبكة المواصلات الداخلية .
- (46) <sup>(4)</sup> حيث يعتبر توفير إمكانيات الإسكان والإقامة للعاملين الأجانب وأصحاب المشروعات بالبلد المضيف ووجود عدد من الفنادق ذات المستوى العالمي من أهم عوامل نجاح استقرار المستثمرين ورجال الأعمال ، وتعتبر إيرلندا من أنجح الأمثلة في هذا الشأن حيث قامت بإنشاء مدينة سكنية كاملة ، بها مساكن مجهزة وتناسب كافة مستويات الدخل وتلائم مستويات المعيشة اللازمة للمستثمرين الأجانب .
- (47) خبراء المنظمة العربية للعلوم الإدارية ، دراسة عن المناطق الحرة ، مرجع سبق ذكره ، ص 26-30 .
- (48) المنظمة العربية للعلوم الإدارية ، المناطق الحرة وآثرها على التجارة الخارجية دراسة مقارنة ، جامعة الدول العربية ، مركز الأبحاث الإدارية ، 1972م ، ص 13 .
- (49) أحمد شرف الدين ، دور المعاملة الضريبية في تشجيع الاستثمار الأجنبي وتوجيهه ، المجلة المصرية للقانون الدولي ، المجلد الأربعون ، 1984م ، ص 222 .
- (50) أحمد شرف الدين ، دور المعاملة الضريبية في تشجيع الاستثمار الأجنبي وتوجيهه ، مرجع سبق ذكره ، ص 238 .
- (51) <sup>(4)</sup> كان لمنظمة الأمم المتحدة للتنمية الصناعية (اليونيدو) دور كبير جداً في انتشار وتنمية المناطق الحرة وخاصة المناطق الحرة الصناعية للتصدير ، فقد قامت منذ بداية العقد السابع من القرن الماضي بتوجيه العديد من الدول النامية لتبني وانتهاج استراتيجية التصنيع بهدف تنمية صادراتها الصناعية ، وقدمت هذه المنظمة مساعدة لتلك الدول فيما يخص عمل دراسات الجدوى اللازمة لإقامة تلك المناطق على أراضيها ، وبالإضافة إلى ذلك قامت المنظمة بالترويج لهذه المناطق في الخارج ووضعت برامج إرشادية للدول النامية تتناول الجوانب التنظيمية والقانونية والفنية للمناطق الحرة الصناعية للتصدير ، وللعلم أن هذه المنظمة قامت بتأسيس رابطة مناطق التصدير الصناعية بالعالم ، وتعمل تحت إشراف المنظمة بتقديم الإرشادات الفنية والإدارية للمناطق الحرة الصناعية للتصدير بالدول الأعضاء فيها .
- (52) موقع البيان الإلكتروني : [www.albayan.co.ae/albayan](http://www.albayan.co.ae/albayan)
- (35) مقال بعنوان : الاستفادة من التسويق الإلكتروني لفرص الاستثمار ، دبي ، الإمارات العربية المتحدة ، 2000/05/12م .
- (54) سمير شرف وآخرون ، دراسة تحليلية للفوائد والتكاليف للمناطق الحرة ، مجلة جامعة تشرين

- للدراستات و البحوث العلمية ، سلسلة العلوم الاقتصادية والقانونية ، المجلد (27) ، العدد (4) ، دمشق ، 2005م ، ص 185 .
- (55) Peter Warr , Export processing Zones , The economic of enclave manufacturing reseach observer , World Bank ,1989 , P26 .
- (56) <sup>(٤)</sup> العملة الصعبة هي عملة أجنبية يكون الطلب عليها قوياً في حين يكون عرضها قليل ، ويرتبط وضع العملة الصعبة عادة بدولة ذات اقتصاد قوي وفائض كبير في ميزان مدفوعاتها ، ويكون الطلب على عملتها عالياً لتمويل شراء صادراتها في حين يكون عرض هذه العملة محدوداً نسبياً .
- (57) <sup>(٥)</sup> الناتج القومي عبارة عن مجموع قيم السلع والخدمات نهائية الصنع في بلد ما يجري إنتاجها من قبل جميع الوحدات الاقتصادية وعلى مستوى القطاعات الاقتصادية والإنتاجية .
- (58) صلاح زين الدين ، اقتصاديات التصدير والمناطق الحرة (القاهرة : دار النهضة العربية ، 2000م) ، ص 201 .
- (59) المجلس الاقتصادي والاجتماعي سياسات التصدير في الدول النامية :
- (60) [www.un.org/arabic/ecosoc.UNCTAD](http://www.un.org/arabic/ecosoc.UNCTAD) Export Policies in Developing Countries . P 2
- (61) دراسة أثر الشركات المتعددة الجنسيات على الدول النامية :
- (62) [www.un.org/arabic/ga/subsidiary.shtml](http://www.un.org/arabic/ga/subsidiary.shtml) /United Nations The Impact of Multinational . P38
- (63) صلاح زين الدين ، اقتصاديات التصدير والمناطق الحرة ، مرجع سبق ذكره ، ص 227 .
- (64) إبراهيم محمد يوسف ، دور التمويل الخارجي في تنمية اقتصاديات البلاد النامية مع دراسة تطبيقية خاصة بجمهورية مصر العربية ، كلية الحقوق ، جامعة عين شمس ، 1984م ، ص 424 .
- (65) لمزيد من التفاصيل يمكن الرجوع إلى ملحق قرار مجلس الوزراء رقم (32) لسنة 2006م ، بشأن إعادة تنظيم المنطقة الحرة بمصراتة التابعة لوزارة الاقتصاد الليبية .
- (66) لمزيد من التفاصيل يمكن الرجوع إلى ملحق قرار مجلس الوزراء رقم (33) لسنة 2006م ، بشأن نقل تبعية ميناء مصراتة البحري بكافة مرافقه ومراحله .
- (67) لمزيد من التفاصيل يمكن الرجوع إلى ملحق قرار مجلس الوزراء رقم (366) لسنة 2007م ، بشأن اعتبار مشروع من أعمال المنفعة العامة .
- (68) مقابلات أجراها الباحث خلال شهر مايو 2020م مع مسؤولين بإدارة المنطقة الحرة بمصراتة .
- (69) <sup>(٦)</sup> التبادل التجاري لمشروعات المناطق الحرة هو انتقال السلع والخدمات بين الاقتصاد الوطني والعالم الخارجي .
- (70) [www.un.org/arabic/publications/ourlives/unctad.htm](http://www.un.org/arabic/publications/ourlives/unctad.htm) .
- (71) <sup>(٧)</sup> يمكن التعرف على مدى توفر الاستقرار السياسي لأية دولة وذلك بالنظر لعدد مرات التغيير الوزاري فيها خلال فترة زمنية محددة ، كما يمكن الاستدلال على مدى توفر الاستقرار الاقتصادي وذلك من خلال تغيير القيادة السياسية للقوانين الاقتصادية خلال فترة محددة .

## المصادر والمراجع:

- (1) محمد قاسم خصاونة ، الاستثمار في المناطق الحرة ، الأردن ، دار الفكر ، 2010م .
- (2) ميلود سعد المرغني ، دراسة ميدانية عن تنظيم وإدارة المناطق الحرة بدولة ليبيا ، المنظمة العربية للعلوم الإدارية ، جامعة الدول العربية ، 1977م .
- (3) المؤسسة العامة للمناطق الحرة بالجمهورية العربية السورية ، دراسة ميدانية عن تنظيم وإدارة المناطق الحرة في القطر العربي السوري ، (المنظمة العربية للعلوم الإدارية : جامعة الدول العربية ، 1977م) .
- (4) الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية ، مرسوم تنفيذي رقم 94-320 بتاريخ 17/10/1994م خاص بالمناطق الحرة (الجريدة الرسمية) ، العدد 67 ، 1994م .
- (5) المناطق الحرة بجمهورية مصر العربية ، تقرير عن وضع بور سعيد الراهن مُقدم للمجلس القومي للإنتاج والشؤون الاقتصادية ، قسم السياسات المالية ، سنة 1978م .
- (6) فريد عبد الرحمن ، المناطق الحرة (القاهرة : الشركة المصرية للطباعة ، 1976م) .
- (7) تهاني فهمي ، دور مناطق التصدير الصناعية الحرة في تنمية الاستثمارات الصناعية ، جامعة الإسكندرية ، كلية التجارة ، 1992م .
- (8) المنظمة العالمية لمناطق التصدير الحرة World Economic Processing Zones Association  
[www.Wepza.org](http://www.Wepza.org)
- (9) [www.albankaldawli.org/mna/arabicWeb.nsf/DosByUnid/Opendocument](http://www.albankaldawli.org/mna/arabicWeb.nsf/DosByUnid/Opendocument)
- (10) موقع منظمة العمل الدولية . [www.ILO.org](http://www.ILO.org)
- (11) [www.un.org/arabic/publications/ourlives/unctad.htm](http://www.un.org/arabic/publications/ourlives/unctad.htm)
- (12) الاتفاقية الدولية لتبسيط وتنسيق الأنظمة الجمركية ، 1973م .
- (13) اللجنة الإحصائية لمنظمة الأمم المتحدة ، المناطق الحرة في أوروبا ، بروكسل ، 1991م .
- (14) [www.un.org/arabic/esa/progareas/stats.html](http://www.un.org/arabic/esa/progareas/stats.html)
- (15) خبراء المنظمة العربية للعلوم الإدارية ، دراسة متكاملة عن تنظيم وإدارة المناطق الحرة بالدول العربية ، ندوة حول تنظيم وإدارة المناطق الحرة ببور سعيد ، سنة 1977م .
- (16) معهد التخطيط القومي ، دور المناطق الحرة في تنمية الصادرات .
- (17) علي عبد الفتاح أبو شرار ، الاقتصاد الدولي نظريات وسياسات ، ط1 (عمان : دار المسيرة للنشر والتوزيع ، 2007م) .
- (18) محمد عويدات وآخرون ، الاستيراد والتصدير بين النظرية والتطبيق (عمان : كلية الاقتصاد والعلوم الإدارية ، 1989م) .
- (19) شانون المنطقة الحرة إيرلندا [www.shannonireland.com](http://www.shannonireland.com)
- (20) نزيه عبد المقصود مبروك ، الآثار الاقتصادية للاستثمارات الأجنبية .
- (21) تهاني فهمي ، دور مناطق التصدير الصناعية الحرة في تنمية الاستثمارات الصناعية .

- (22) رمضان صديق محمد ، الضمانات القانونية والحوافز الضريبية لتشجيع الاستثمار ، دراسة مقارنة بين القانون رقم 8 لسنة 1998م والقانون رقم 230 لسنة 1989م بمصر (القاهرة : دار النهضة العربية ، 1998م) .
- (23) أمين السيد أحمد لطفي ، تحليل وتقييم الحوافز والإعفاءات الضريبية مع مدخل مقترح لقياس عوائدها وتكاليفها (القاهرة : دار النهضة العربية ، 1997م) .
- (24) عبد السلام أبو قحف ، اقتصاديات الأعمال والاستثمار الدولي (الإسكندرية : مكتبة الإشعاع ، 2001م) .
- (25) نعيم نصير ، إدارة وتقييم المشروعات ، منشورات المنظمة العربية للتنمية الإدارية ، القاهرة ، 2003م .
- (26) رشاد أحمد عبد اللطيف ، أساليب التخطيط للتنمية (القاهرة : دار القاهرة للنشر ، 2002م) .
- (27) مصطفى عز العرب ، الاستثمارات الأجنبية دراسة مقارنة لتحديد مركز مصر التنافسي .
- (28) السيد عبد المولى ، المعاملة الضريبية للاستثمارات الأجنبية .
- (29) حبيب الرحمن جدي ، دور السياسة الضريبية في اجتذاب رؤوس الأموال الأجنبية في الدول الآخذة في النمو ، رسالة دكتوراه ، كلية الحقوق ، جامعة القاهرة ، 1982م .
- (30) إبراهيم شحاتة ، القواعد الإرشادية للبنك الدولي بشأن معاملة الاستثمارات الأجنبية .
- (31) رمضان صديق ، الضمانات القانونية والحوافز الضريبية لتشجيع الاستثمار .
- (32) رضا العدل وآخرون ، التخطيط الاقتصادي النظرية والأساليب (القاهرة : مكتبة التجارة والتعاون ، 1986م) .
- (33) محمد رضا سليمان ، دور الإعفاءات والمزايا الضريبية الواردة بقوانين الاستثمار لجذب الفوائض المالية العربية ، مصر المعاصر ، العدد 384 ، إبريل 1981م .
- (34) حامد عبد المجيد ، السياسات المالية (الإسكندرية : مركز الإسكندرية للكتاب ، 2000م) .
- (35) مازن عبد السلام أدهم ، العلاقات الاقتصادية والنظم النقدية الدولية (طرابلس : الدار الأكاديمية للطباعة والنشر ، 2007م) .
- (36) رمزي زكي ، أزمة الديون الخارجية رؤية من العالم الثالث (القاهرة : الهيئة المصرية العامة للكتاب ، 1978م) .
- (37) محمد عبد العزيز عجمية وآخرون ، التنمية الاقتصادية : مفهومها - نظرياتها - سياساتها (الإسكندرية : الدار الجامعية ، 2000م) .
- (38) خبراء المنظمة العربية للعلوم الإدارية ، دراسة عن المناطق الحرة .
- (39) عطية عبد الحليم صقر ، الحوافز الضريبية لتشجيع الاستثمار في مصر .
- (40) تهاني فهمي ، دور مناطق التصدير الصناعية الحرة في تنمية الاستثمارات الصناعية .
- (41) خبراء المنظمة العربية للعلوم الإدارية ، دراسة عن المناطق الحرة .
- (42) المنظمة العربية للعلوم الإدارية ، المناطق الحرة وآثرها على التجارة الخارجية دراسة مقارنة، جامعة الدول العربية ، مركز الأبحاث الإدارية ، 1972م .

- (43) أحمد شرف الدين ، دور المعاملة الضريبية في تشجيع الاستثمار الأجنبي وتوجيهه ، المجلة المصرية للقانون الدولي ، المجلد الأربعون ، 1984م .
- (44) موقع البيان الإلكتروني : [www.albayan.co.ae/albayan](http://www.albayan.co.ae/albayan)
- (45) مقال بعنوان : الاستفادة من التسويق الإلكتروني لفرص الاستثمار ، دبي ، الإمارات العربية المتحدة ، 2000/05/12م .
- (46) سمير شرف وآخرون ، دراسة تحليلية للفوائد والتكاليف للمناطق الحرة ، مجلة جامعة تشرين للدراسات و البحوث العلمية ، سلسلة العلوم الاقتصادية والقانونية ، المجلد (27) ، العدد (4)، دمشق ، 2005م .
- (47) Peter Warr , Export processing Zones , The economic of enclave manufacturing research observer , World Bank ,1989 .
- (48) صلاح زين الدين ، اقتصاديات التصدير والمناطق الحرة (القاهرة : دار النهضة العربية ، 2000م).
- (49) المجلس الاقتصادي والاجتماعي سياسات التصدير في الدول النامية :
- (50) [www.un.org/arabic/ecosoc.UNCTAD](http://www.un.org/arabic/ecosoc.UNCTAD) Export Policies in Developing Countries .
- (51) دراسة أثر الشركات المتعددة الجنسيات على الدول النامية :
- (52) [www.un.org/arabic/ga/subsidiary.shtml](http://www.un.org/arabic/ga/subsidiary.shtml) /United Nations The Impact of Multinational .
- (35) [www.un.org/arabic/publications/ourlives/unctad.htm](http://www.un.org/arabic/publications/ourlives/unctad.htm).
- (54) إبراهيم محمد يوسف ، دور التمويل الخارجي في تنمية اقتصاديات البلاد النامية مع دراسة تطبيقية خاصة بجمهورية مصر العربية ، كلية الحقوق ، جامعة عين شمس ، 1984م .
- (55) قرار مجلس الوزراء رقم (32) لسنة 2006م ، بشأن إعادة تنظيم المنطقة الحرة بمصراتة التابعة لوزارة الاقتصاد الليبية .
- (56) قرار مجلس الوزراء رقم (33) لسنة 2006م ، بشأن نقل تبعية ميناء مصراتة البحري بكافة مرافقه ومراحله .
- (57) قرار مجلس الوزراء رقم (366) لسنة 2007م ، بشأن اعتبار مشروع من أعمال المنفعة العامة .
- (58) مقابلات أجراها الباحث خلال شهر مايو 2020م مع مسؤولين بإدارة المنطقة الحرة بمصراتة .

# إستخدام تقنيات تنقيب البيانات في إستكشاف سرطان الثدي (دراسة حاله مستشفى الذرة - الخرطوم) (2010 - 2021)

محاضر-كلية علوم الحاسوب وتقانات المعلومات  
جامعة القرآن الكريم والعلوم الإسلامية

أ.مرشد إبراهيم طالب مصطفى

## المستخلص:

يهدف هذا البحث الي استخدام تقنيات التنقيب عن البيانات لإستكشاف المعرفة من سجلات المرضى ومعرفة أكثر الاعمار اصابة بالمرض لإجراء فحوصات وقائية مبكرة من المرض و توفير نتائج تساهم في تقليل انتشار سرطان الثدي في الاعوام القادمة وإستخدام تقنيات تنقيب البيانات الحديثة التي تعمل علي تسهيل تحليل البيانات، تهتم الدراسة بإستخدام تقنيات تعمل علي إستخراج واكتشاف معرفة مفيدة وقابلة للاستقلال من خلال مجموعة كبيرة من البيانات. حيث يساعد في استكشاف المعرفة المخفية والنماذج غير المتوقعة، إضافة إلى استكشاف قواعد وعلاقات جديدة موجودة في قواعد بيانات كبيرة تساعد علي معرفة أكثر الاسباب لإنتشار سرطان الثدي والعمل علي معرفة افضل طرق الوقاية وتقليل من انتشار المرض من ما يؤدي لتقليل نسبة الوفيات لي المرضى , و يتبع البحث المنهج الوصفي التحليلي والتجريبي ، حيث يتم جمع البيانات والمعلومات الخاصة بسجلات المراقبة وإعدادها وتصنيفها وتبويبها ومن ثم عرضها وتحليلها، ومن ثم تعتمد المنهج البنائي لبنا نموذج قادر على الاكتشاف بصورة فاعلة. تم تطبيق خوارمية شجرة القرار حيث كانت دقة الخوارزمية %92.53 و معظم المصابين من الاناث ينتمون لولاية الخرطوم حيث بلغ عدد المصابين 1944 حالة من اجمالي الحالات والسبب الرئيسي في ذلك كثرة ابراج شبكة الاتصالات والمناطق الصناعية،الاستنتاج بأن الفئات العمرية الأكثر عرضة للإصابة بسرطان الثدي هي ما بين (37-46) سنة.

الكلمات المفتاحية: البيانات, المعلومات, المعرفة, مستودعات البيانات, التنقيب

## The use of data mining techniques in the detection of breast cancer Case Study ( Alzara Hospital-Khartoum ) 2010- 2021

**Morshed Ibrahim Talib Mustafa**

### **Abstract:**

This research aims to use data mining techniques to explore knowledge from patients' records and to know the ages most affected by the disease in order to conduct early preventive examinations of the disease and provide results that contribute to reducing the spread of breast cancer in the coming years and The use of modern data mining techniques that facilitate data analysis. The study is concerned with the use of techniques that extract and discover useful and independent knowledge through a large group of data. It helps in exploring hidden knowledge and unexpected models, in addition to exploring new rules and relationships that exist in rules. Large data helps to know the most causes of the spread of breast cancer and work to know the best methods of prevention and reduce the spread of the disease, which leads to a reduction in the mortality rate for patients, and the research follows the descriptive, analytical and experimental approach, where data and information related to monitoring records are collected, prepared, classified and tabulated. Then display and analyze it, and then adopt the constructivist approach to build a model capable of discovery in an effective way. The decision tree algorithm was applied, where the accuracy of the algorithm was 92.53%, and most of the patients were females belonging to the state of Khartoum, where the number of infected people reached 1944 cases out of the total number of cases, and the main reason for this is the large number of communication network towers and industrial areas, the conclusion is that the age groups most susceptible to breast cancer are what Between (3746-) years. Keywords: data, information, knowledge, data warehouses, prospecting .

**أولاً : الإطار المنهجي :**

**المقدمة:**

يتميز عصرنا الراهن (عصر الإنترنت والاقتصاد الرقمي) بالسييل العظيم والانتشار الواسع النطاق للبيانات حتى أضحى من المستحيل على المحللين استخلاص معلومات ذات معنى باللجوء فقط إلى المداخل التقليدية للتحليل التمهيدي للبيانات. مع وجود كميات كبيرة من البيانات

المخزنة في قواعد البيانات ومخازن البيانات ازدادت الحاجة إلى تطوير أدوات تمتاز بالقوة لتحليل البيانات واستخراج المعلومات والمعارف منها , ظهر ما يسمى بالتنقيب في البيانات كتقنية تهدف إلى استخراج المعرفة من كميات هائلة من البيانات وهي تقنية حديثة فرضت نفسها بقوة في عصر المعلوماتية واستخدامها يوفر للشركات والمنظمات في جميع المجالات القدرة على استكشاف والتركيز على أهم المعلومات في قواعد البيانات كما تركز تقنيات التنقيب على بناء التنبؤات المستقبلية واستكشاف السلوك والاتجاهات مما يسمح باتخاذ القرارات الصحيحة واتخاذها في الوقت المناسب. والتي تعتبر بدورها مرحلة من مراحل عملية أكثر تعقيدا هي استكشاف المعرفة في قواعد البيانات. حيث أن الشركات والمنظمات الرائدة اليوم تستخدم عملية استكشاف المعرفة في قواعد البيانات بشكل منهجي ومنظم بوصفها تشكل جوهر العمل الذي يعتمد عليه في تفعيل النشاط وتحقيق الميزة التنبؤية, يتناول هذا البحث الدراسة الاستكشافية والتنبؤية لسرطان الثدي باستخدام كميات كبيرة من البيانات من أجل دراسة هذا المرض الخطير جدا الذي يؤدي الي انهاء حياة كثير من المرضى .

### مشكلة البحث:

لصعوبة التنبؤ والحصول على معلومات دقيقة في المستقبل وعدم الثقة لدى بعض صانعي القرار في النتائج النهائية. وإيقاع الوسائل العلمية في تحديد الأهداف والتنبؤ وإدارة العمل وكذلك ميل صانعي القرار إلي الاهتمام بالحاضر وعدم تضييع الكثير من الجهود ويضيع العديد من الفرص.

ويمكن توضيح مشكلة البحث في الآتي :

1. صعوبة استكشاف كل الاسباب المسببة للمرض بالوسائل الاحصائية التقليدية.
2. صعوبة التنبؤ بإحصائيات المرض في المستقبل.
3. عدم القدرة على الاستفادة القصوى من بيانات مريض سرطان الثدي

### أهداف البحث:-

1. استخدام تقنيات التنقيب عن البيانات لاستكشاف المعرفة من سجلات المرضى.
2. معرفة أكثر الاعمار اصابة بالمرض لإجراء فحوصات وقائية مبكرة من المرض.
3. توفير نتائج تساهم في تقليل انتشار سرطان الثدي في الاعوام القادمة.
4. استخدام تقنيات تنقيب البيانات الحديثة التي تعمل علي تسهيل تحليل البيانات .
5. استخدام خوارزمية التصنيف وهي شجرة القرار ( Tree Decision ) .

### أسئلة البحث:

- 1- ما هي الفئات العمرية الأكثر عرضة للإصابة بسرطان الثدي؟
- 2- ما هي أكثر الولايات الأكثر انتشارا للمرض؟
- 3- ماهي القواعد التي توضع انتشار المرض؟

## اهمية البحث:

- استخدام تقنيات تعمل علي إستخراج واكتشاف معرفة مفيدة وقابلة للاستقلال من خلال مجموعة كبيرة من البيانات. حيث يساعد في استكشاف المعرفة المخفية والنماذج غير المتوقعة، إضافة إلى استكشاف قواعد وعلاقات جديدة موجودة في قواعد بيانات كبيرة تساعد علي معرفة اكثر الاسباب لإنتشار سرطان الثدي والعمل علي معرفة افضل طرق الوقاية وتقليل من انتشار المرض من ما يؤدي لتقليل نسبة الوفيات لي المرضى .

- العمل علي تحليل دقيق لكمية كبيرة من البيانات المتوفرة لعدد من السنوات التي تساعد علي اتخاذ قرارات تساعد في التنبؤ بمعدلات انتشار المرض في المستقبل وتوفير البيانات الازمة التي تساعد علي ارشادات ونصائح في افضل الطرق لتجنب انتشار سرطان الثدي .

## حدود البحث:-

- الحدود المكانية: مستشفى الذرة بالخرطوم .

- الحدود الزمانية: 2010 الى 2021 م.

## نطاق البحث:

مجموعة بيانات لسرطان الثدي في الفترة من 2010-2021.

## طريقة جمع البيانات:

تم جمع البيانات بناء على المقابلة ، حيث تم جمعها من نظام قاعدة بيانات مستشفى «الذرة».

## عينه الدراسة:

تضمنت عينه الدراسة 7500 حالة مسجلة لمرضى سرطان الثدي بمستشفى الذرة.

## منهجية البحث:

يتبع البحث المنهج الوصفي التحليلي والتجريبي ، حيث يتم جمع البيانات والمعلومات الخاصه بسجلات المراقبة وإعدادها وتصنيفها وتبويبها ومن ثم عرضها وتحليلها، ومن ثم تعتمد المنهج البنائي لبنا نموذج قادر على الاكتشاف بصوره فاعلة.

## ثانيا الدراسات السابقة:

### 1. الدراسة الاولي: مدثر يونس حسن إبراهيم (2018):

التنبؤ بمستوى الرؤية لمرض الساد باستخدام تقنيات التنقيب عن البيانات (دراسة حالة لمجمع العيون بمكة المكرمة) يقدم هذا البحث دراسة تطبيقية لمجال اكتشاف المعرفة باستخدام تقنيات التنقيب عن البيانات ، والهدف الرئيسي من الدراسة هو التنبؤ بمستوى الرؤية لمرضى الساد بعد العملية في مجمع عين مكة ، وكذلك معرفة العوامل التي تؤثر على الرؤية. رؤية. اشتملت الدراسة على (1452) سجلاً لمرضى أجريت لهم عملية الساد وتم الحصول عليها من

المستشفى. نختار تقنية استخراج البيانات لأنه من الأفضل الاستفادة من بيانات الكمية. استخدمنا التصنيف باستخدام أشجار القرار ، وقمنا بتطبيق خوارزمية J48 على البيانات بعد المعالجة الأولية للبيانات لقاعدة البيانات ، تطبيق الخوارزميات هذا من خلال أداة weka التي تدعم المزيد من الخوارزميات وطريقة استخراج البيانات. خلصت الدراسة واستناداً إلى تحليل المريض السابق إلى أنه كان من الممكن التنبؤ بمستوى الرؤية للمرضى الجدد الذين خضعوا لعمليات الساد في وقت لاحق. من بين النتائج التي تم الحصول عليها ، تكون الرؤية بعد العملية جيدة عندما يكون المريض خالياً من مرض السكري وارتفاع ضغط الدم ولا يزيد عمره عن 59 عاماً. وتكون الرؤية بعد العملية متوسطة عند إصابة المريض بالسكري أو ارتفاع ضغط الدم ولا يزيد عمره عن 59 عاماً. وتكون الرؤية بعد العملية سيئة عندما يكون المريض مصاباً بمرض السكر وارتفاع ضغط الدم معاً وأكثر من 59 عاماً. وخلصت التوصيات الرئيسية للدراسة إلى تطبيق الدراسة على قاعدة بيانات الساد بشكل أوسع لتشمل منطقة مريض الساد ونوع العدسة وصانع العدسة ونوع الدواء المستخدم لمعرفة تأثيره على مستوى الرؤية. (1)

## 2. الدراسة الثانية: شاذلي عبد الأحمد (2017):

استخدام تقنيات التنقيب عن البيانات لمريض الفشل الكلوي (دراسة حالة مستشفى احمد قاسم)

### الملخص:

يهدف هذا البحث إلى حل إحدى المشكلات التي يعاني منها الأطباء وهي مشكلة تشخيص أمراض الفشل الكلوي. وهناك معطيات ضخمة لا فائدة منها ، لذلك جاء هذا البحث لحل هذه المشكلة بالإضافة إلى مساعدة الأطباء على اتخاذ القرار الصحيح وتقليل الإصابة بالمرض. أجريت هذه الدراسة في مستشفى أحمد قاسم بالخرطوم على 1000 مريض منهم 590 رجلاً و 409 امرأة تتراوح أعمارهم بين 30 و 70 سنة. تم استخدام طريقتين لاستخراج البيانات لتحليل بيانات مرضى الفشل الكلوي ، وهما تقنية التصنيف ، بما في ذلك خوارزمية J48 وتقنية التجميع ، بما في ذلك خوارزمية K-Mean لتنفيذ ذلك ، تم استخدام برامج Weak و ORANGE.

وخلصت الدراسة إلى أن الفئة العمرية والوضع الاجتماعي مرتبطان بالفشل الكلوي.

## 3. الدراسة الثالثة: ناهد محمد حسن أحمد (2018):

استخدام التنقيب عن البيانات لبناء خطط علاج لمرضى السكر

### الملخص:

إن وجود كميات كبيرة من البيانات عن الأمراض المزمنة أدى إلى الحاجة الملحة للاستفادة من التقنيات الحديثة لتنظيم هذه البيانات وتحويلها إلى معلومات مفيدة يمكن الاستفادة منها. في هذا البحث ، تم تقديم مشكلة تتعلق بكيفية مساعدة الأطباء على بناء خطط علاجية لتشخيص مرضى السكر باستخدام التنقيب عن البيانات. تناول البحث مرض السكري ، أنواعه المختلفة ، أسبابه ، أعراضه ، مضاعفاته ، أنواع العلاجات المتاحة ، تقنيات استكشاف البيانات الوصفية المختلفة

، التنبؤية وكيفية الاستفادة من هذه الخوارزميات في المعرفة حول مرضى السكري. تم تطوير نموذج لتشخيص الخطط العلاجية لمرضى السكر وهم المرضى الذين يتحكمون في مرض السكري وبالتالي تقل المضاعفات ويكون المرض أقل خطورة عليهم. المرضى الذين لا يسيطرون على المرض هم أكثر عرضة للمضاعفات والمرض يشكل خطراً على حياتهم. لبناء نموذج البحث، تم استخدام مجموعة حقيقية من البيانات الطبية من المراكز الطبية، والتي تضمنت 10061 سجل طبي و 28 حقلاً. لدعم قرار الأطباء، تم استخدام خوارزميات مختلفة للتصنيف والتجميع لبناء نموذج البحث. مر نموذج البحث بمرحلتين في المرحلة الأولى. تم تطوير نموذج تصنيف لتشخيص خطط العلاج واستخدم خوارزمية التصنيف، شجرة القرار، بايز السداجة، اللوجيستية. بالنسبة لتحيز البيانات، تم استخدام منحى Roc Curve لتوضيح جودة خوارزميات التصنيف. بعد عدة تجارب تم اختيار الخوارزمية اللوجستية بالنتائج: معدل الدقة 73.36، معدل الخطأ 26.64، Roc 0.644، الدقة 0.696. هذه النتائج أفضل مقارنة باللوغاريتمات الأخرى (شجرة القرار، بايز ساذجة). في المرحلة الثانية، تم استخدام نموذج تصنيف لتشخيص خطط علاج مرض السكري واستخدمت خوارزمية العنقودية وتم استخدام متوسط K البسيط وأظهرت هذه المرحلة من النموذج دقة تصل إلى 64%. باستخدام مرحلتين من النموذجين (التصنيف والتكتل)، يمكن للأطباء تشخيص صحة خطط العلاج للمرضى الجدد. أوصت الدراسة باستخدام تقنية التنقيب عن البيانات في المجال الطبي لما لها من امتيازات في تقديم أفضل تشخيص للخطط العلاجية للمريض.

#### 4. الدراسة الرابعة: هبة أحمد حسن أحمد (2018):

استخدام التجميع والتصنيف للتنبؤ بانتشار مرض التهاب الكبد الوبائي، دراسة حالة (ولاية

الخرطوم)

#### الملخص:

هناك بيانات كبيرة ملحوظة مخزنة في قاعدة البيانات والمستودعات والتي تزداد تدريجياً. هذا الدليل لتطوير أدوات جديدة لتحليل البيانات والمعلومات / المعرفة - الاستخراج الذي يُعرف حالياً باسم التنقيب عن البيانات الضخمة - تمثل مشكلة البحث عدم فائدة أدوات التنقيب عن البيانات في التنبؤية - من الفئة العمرية المصابة وكذلك المنطقة المصابة لتسجيل البيانات والتعرف عليها - شدة مرض التهاب الكبد مقارنة بالبيئة. - كان الهدف من الدراسة هو تحديد مدى انتشار التهاب الكبد الوبائي - في ولاية الخرطوم ومن بين أكثر الفئات العمرية تنبؤية من خلال - التنقيب عن بيانات المريض باستخدام التنقيب عن البيانات المخفي ل - قاعدة البيانات التي ستكون مفيدة للأطباء في تحديد السائد في - مجالات محددة. - اعتمدت المنهجية على البيانات التي تم جمعها من وزارة الصحة

- ولاية الخرطوم باستخدام أداة التنقيب عن البيانات الضعيفة بالوسائل K - الخوارزمية.
- أظهر أهمها انتشار وباء التهاب الكبد الوبائي في حالات ولاية الخرطوم: حيث بلغ عدد الحالات الأكثر انتشاراً 4653 حالة في الخرطوم تليها محلية الخرطوم شمال محلية أم درمان ثم محلية جبالولبية على التوالي. الأكثر فعالية للذكور من مجموعة 35-65 سنة من الإناث

### 5.الدراسة الخامسة: هيام عمر أحمد محمد:

تقنيات استخراج البيانات في المجال الطبي (دراسة حالة الفشل الكلوي

### الملخص:

هناك العديد من الأنظمة التي تحتوي على بيانات ثمينة غامضة ، فهذه الإحصائيات من الممكن أن تعطينا الكثير من المعلومات الثمينة عند تقديمها للتحليل ولكن حجم هذه البيانات لإنشاء تحليل يدوي صعب للغاية للحصول على المعلومات المفيدة ، وبالتالي الأفضل قنوات للحصول على معلومات مفيدة من الموارد وتكنولوجيا التنقيب عن البيانات. تتناول هذه الدراسة سؤالين: ما هو المهم وأفضل خوارزمية التنقيب عن البيانات التي تستخدمها في هذا المجال (المجال الطبي) ، هل هذه الدراسة يمكن أن تساعد الإدارة في تطبيق تقنية استخراج البيانات في هذا المجال. تتمثل أهمية هذه الدراسة في كيفية استخدام الاستكشاف والتحليل بالبيانات تكنولوجيا التعدين في المجال الطبي للحصول على المعلومات والاستنتاجات المفيدة في الدقة المرغوبة عندما يستغرق التحليل البشري أسابيع لاكتشاف معلومات مفيدة. عينة من هذه الدراسة أصبحت عامة 1120 مريض ، البيانات حول هذه العينة جمعت من قبل الباحث. تهدف هذه الدراسة إلى التنبؤ بنوع الفشل الكلوي.

حيث يتم بناء قاعدة البيانات من تاريخ المريض والمعلومات الطبية للمريض بعد تحليل البيانات الخافتة حول برنامج WEKA الذي يتنبأ به بواسطة الخوارزمية C4.5 ، تنص التنبؤات (الفشل الكلوي المزمن ، الفشل الكلوي الحاد) هذه الخوارزمية هي الأفضل للتنبؤ بنوع الكلى خزفي. ووجدت الدراسة عوامل تأثير نوع الفشل الكلوي تشمل (المسببات ، الحالة ، فرط التوتر). اكتمل بناء النموذج بشجرة القرار ، وأخيراً بلغت دقة النموذج 74% مع معدل خطأ 0.35.

### مقارنة الدراسات السابقة:

1.مقارنة دراستنا بالدراسة الأولى لأن دراستنا ركزت على Crispmethodology وأداة Rapid Miner واستخدام تقنيات استخراج البيانات (التجميع والتصنيف) واستخدام الخوارزميات ومقارنتها مع بعضها البعض. الخوارزميات المستخدمة في دراستنا هي الشبكات العصبية وأشجار القرار. بينما ركزت الدراسة الأولى على منهجية الوصف التحليلي لوصف وتحليل البيانات باستخدام أداة Weka ، وباستخدام تقنيات الاستكشاف، وكانت مختلفة في بعض المشكلات والأهداف والتوصيات بين الدراستين.

2. مقارنة دراستنا بالدراسة الثانية لأن دراستنا ركزت على منهجية Crisp وأداة Rapid Miner واستخدام تقنيات استخراج البيانات (التجميع والتصنيف) واستخدام الخوارزميات ومقارنتها مع بعضها البعض. الخوارزميات المستخدمة في دراستنا هي الشبكات العصبية وأشجار القرار. بينما ركزت الدراسة الثانية على المنهج الوصفي التجريبي ، فقد اعتمدت على إعداد وتصميم وتطبيق تجربة عملية لاستخراج البيانات. تصف هذه التجربة وتناقشها ، وتم استخدام خوارزمية التصنيف باستخدام أداة Wicca.

3. مقارنه دراستنا بالدراسة الثالثة: ركزت هذه الدراسة على استخدام النهج التحليلي الوصفي باستخدام أداة التنقيب عن البيانات WEKA وتحليل بيانات المريض. والتوصية بتطبيق خوارزمية قواعد التباعد مطابقة مع دراستنا

4. مقارنة دراستنا بالدراسة الرابعة لأن دراستنا ركزت على منهجية Crisp وأداة Rapid Miner واستخدام تقنيات استخراج البيانات (التجميع والتصنيف) واستخدام الخوارزميات ومقارنتها مع بعضها البعض. الخوارزميات المستخدمة في دراستنا هي الشبكات العصبية وأشجار القرار. بينما ركزت الدراسة الرابعة على منهجية الوصف التحليلي للبيانات باستخدام أداة Wicca ، وباستخدام تقنيات التنقيب عن البيانات في هذه الدراسة ، تم استخدام التجميع والتصنيف والتنبؤ باستخدام خوارزميات شجرة القرار. وكانت متشابهة في بعض المشاكل والأهداف والتوصيات بين الدراستين

5. مقارنة دراستنا بالدراسة الخامسة لأن دراستنا ركزت على منهجية كريسب ؛ ودراسة أخرى باستخدام التنبؤ بالخوارزمية C4.5 استخدمت دراستنا أداة Rapid Miner واستخدام تقنيات استخراج البيانات (التجميع والتصنيف) واستخدام الخوارزميات ومقارنتها مع بعضها البعض حيث بنيت الدراسة من تاريخ المريض والطب معلومات للمريض بعد تحليل البيانات الخافتة حول برنامج WEKA ؛ اكتمل بناء النموذج بشجرة القرار ، وأخيراً بلغت دقة النموذج 74% مع معدل خطأ 0.35

## ثانياً: الإطار النظري لتنقيب البيانات:

### 1-مقدم التنقيب عن البيانات :

مع وجود كميات هائلة من البيانات المخزنه في قواعد البيانات الضخمه ازدادت الحاجه إلى تطوير أدوات تمتاز بالدقه لتحليل البيانات واستخراج المعلومات والمعارف منها ,ومن هنا ظهر ما يسمى بالتنقيب عن البيانات كتقنيه تهدف الى استنتاج المعرفه من كميات هائله من البيانات ,ولاهميه هذا العلم تم استخدامه في المجال الطبي وفي تشخيص الامراض التي يصعب تشخيصها , أدى الانتشار الواسع لتقنية المعلومات وسهولة إتاحتها إلى تضخم حجم المعلومات بصورة استباقية لم يشهدها التاريخ من قبل، مما جعل من قضية البيانات الضخمة على الإنترنت مثاراً للجدل، من حيث جدوى وجودها بهذه الصورة العشوائية. وعندما نتحدث عن البيانات الضخمة، فإننا

نتحدث عن كميات لا يمكن تخيلها من البيانات متعددة الأنواع والمصادر بحجم يصل إلى المئات من التيرابايت أو حتى البيتابايت ذلك أدى إلى ازدياد الحاجة إلى تطوير أدوات تمتاز بالقوة لتحليل البيانات واستخراج المعلومات والمعارف منها، فالأساليب التقليدية والإحصائية لا تستطيع أن تتعامل مع هذا الكم من الهائل لذا تستخدم أدوات ذكية لمعالجة هذه البيانات.

من هنا ظهر ما يسمى باستخراج البيانات Data Mining كتقنية تهدف إلى استنتاج المعرفة من كميات هائلة من البيانات، تعتمد على الخوارزميات الرياضية والتي تعتبر أساس التنقيب عن البيانات وهي مستمدة من العديد من العلوم مثل علم الإحصاء والرياضيات والمنطق وعلم التعلم، والذكاء الاصطناعي والنظم الخبيرة، وعلم التعرف على الأنماط، وعلم الآلة. وغيرها من العلوم والتي تعتبر من العلوم الذكية وغير التقليدية.

ظهر التنقيب في البيانات (Data mining) في أواخر الثمانينات وأثبت وجوده كأحد الحلول الناجحة لتحليل كميات ضخمة من البيانات، وذلك بتحويلها من مجرد معلومات متراكمة وغير مفهومة (بيانات) إلى معلومات قيّمة يمكن استغلالها والاستفادة منها بعد ذلك. وقد اجتذبت مرحلة التنقيب في البيانات الكثير من الاهتمام في الأوساط البحثية على مدي العقد الماضي، في محاولة لتطوير خوارزميات قابلة للتوسع والتكيف مع كميات متزايدة من البيانات في البحث عن أنماط معرفية ذات معنى. وقد نمت حزم من الخوارزميات والبرمجيات وبشكل كبير خلال العقد الماضي، إلى حد أن التوسع قد جعل من الصعب على العاملين في هذا الحقل تتبع التقنيات المتاحة لحل مهمة معينة.

التنقيب عن البيانات (أحيانا تسمى إكتشاف المعرفة) هي عملية تحليل البيانات من منظورات مختلفة واستخلاص علاقات بينها وتلخيصها إلى معلومات مفيدة، مثل معلومات يمكن أن تسهم في زيادة الربح، تخفيض التكاليف، أو كليهما معا. تقنيا، يعتبر التنقيب عن البيانات عملية لإيجاد الإرتباطات بين العشرات من الحقول في قواعد البيانات العلائقية الكبيرة.

## 2-المصطلحات المستخدمة في البحث البيانات والمعلومات والمعرفة ومستودعات البيانات:

- البيانات **Data**: هي عبارة عن الحقائق والأرقام والنصوص التي يمكن أن تعالج من قبل الحاسب.
- المعلومات **Information**: النماذج والعلاقات بين تلك البيانات والتي تشكل معلومات مفيدة.
- المعرفة **Knowledge**: المعلومات السابقة يمكن أن تحول إلى معرفة حول الأنماط التاريخية أو التوقعات المستقبلية، مثال معلومات عن حركة المبيعات والمشترتين للزبائن يمكن أن تزودنا بمعرفة عن سلوكهم الشرائي، فيساعدنا ذلك في معرفة أي من المواد تحتاج إلى ترويج أكثر.<sup>(4)</sup>
- المستخدمة في التحليلات الزمنية واكتشاف المعرفة واتخاذ القرارات، فهي مصممة

خصيصاً لاستخلاص البيانات ومعالجتها وتمثيلها وتقديمها بصورة مناسبة لهذه الأغراض، وتخزن كمية ضخمة من البيانات قد تكون من مصادر مختلفة، مثلاً عدة قواعد بيانات من عدة نماذج. (4)

### 3- بماذا يمكن أن نستخدم التنقيب عن البيانات ؟

على فرض أنك تملك متجراً كبيراً يحتوي هذا المتجر على عدد كبير من السلع المختلفة، وهناك عوامل كثيرة تؤثر على عملك، منها "عوامل داخلية" مثل السلع و الأسعار ومهارات الباعة، و"عوامل خارجية" مثل وضع الزبون والمنافسة والمؤثرات الإقتصادية. ففي حال أردت الإستعلاء عن منتج معين و تربط هذا الإستعلاء بالعوامل الداخلية والخارجية فإنك تحتاج إلى التنقيب عن البيانات Data Mining للحصول على نتيجة جيدة. (4)

### 4- أمثلة عن التنقيب عن البيانات:

في إحدى المتاجر الكبيرة حيث يحتوي هذا المتجر على تنوع كبير من الأطعمة لاحظ الفريق المهتم بالزبائن أن معظم الزبائن الذي يشترون الحليب يشترون الخبز معه مما يمكن التاجر من إعادة ترتيب الأطعمة في المتجر وفقاً لما يراه مناسب لزيادة أرباح المتجر، مثلاً بوضع الخبز بجانب الحليب. ليكون لدينا سلسلة من المطاعم وليكن لدينا زبائن يأخذون وجبة بشكل نموذجي، هنا يمكن ان ننقب بيانات شراء الزبائن لتحديد ماهي الوجبة المطلوبة. بالتنقيب في بيانات متجر لبيع لوازم السفر والرحلات، وجد أن من يشتري أكياس نوم وأحذية سفر وخيمة فسيقوم أيضاً بشراء حقيبة ظهر للسفر.

### 5- مراحل اكتشاف المعرفة في التنقيب عن البيانات:

1. اختيار البيانات إنها الخطوة الموجهة نحو تحديد مصدر البيانات في الدراسة ، بما في ذلك استخدام البيانات الخارجية العامة ، وهي مرحلة يتم فيها تحديد البيانات المناسبة واسترجاعها من قاعدة البيانات.
2. تهيئة البيانات هي مرحلة معالجة وعزل البيانات المهمة أو المفقودة أو المحتوية على البيانات المتبقية مثل الإلغاء ، المعلومات المتكررة ، التصحيح الرسمي ، معالجة البيانات المفقودة وجعلها جاهزة للتطبيق. وتشمل هذه: المرحلة (تنظيف البيانات ، حذف البيانات المفقودة ، اشتقاق البيانات ، دمج البيانات
3. تحويل البيانات هي عملية نقل البيانات المحددة إلى نموذج مناسب للخوارزميات والتطبيقات التي سيتم استخدامها في البحث قد تتطلب بعض الخوارزميات وجود بيانات بتنسيق معين قبل التطبيق
4. التنقيب عن البيانات في هذه المرحلة ، سيتم تطبيق طريقة ذكية لاستخراج النماذج المفيدة قدر الإمكان.
5. تقييم الأمط بعد استخراج النماذج المهمة التي تمثل المعرفة ، يتم تقييمها بناءً على مقاييس محددة في بيئة المشكلة.

6. تمثيل المعرفة إنها المرحلة الأخيرة من اكتشاف المعرفة في قواعد البيانات ، والتي يراها المستفيد ، وهي المرحلة الأساسية التي تستخدم الأسلوب البصري لمساعدة المستفيد على فهم وتفسير النتائج المستخرجة. (4)

### 7 - مراحل عملية التنقيب عن البيانات:

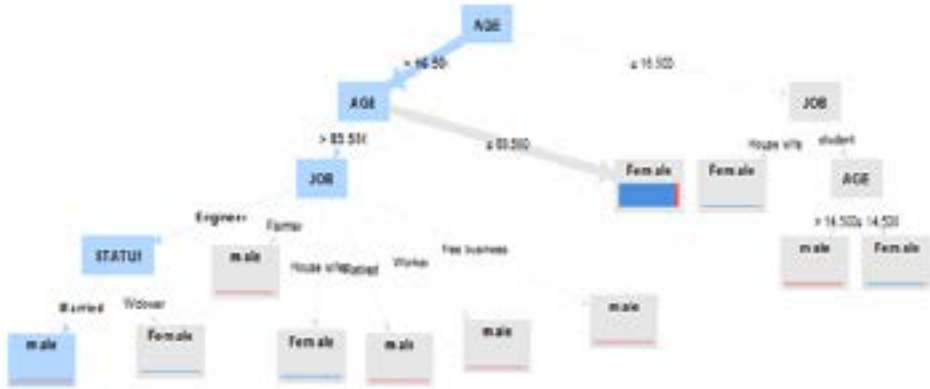
1. فهم طبيعة العمل الشرط الأول لاكتشاف المعرفة هو فهم المشاكل والقضايا التي يواجهها العمل. بمعنى آخر ، كيفية تحقيق أكبر فائدة من التنقيب في البيانات ، الأمر الذي يتطلب صيغة واضحة ومحددة لأهداف العمل.
2. فهم البيانات تعد مسألة معرفة طبيعة وطبيعة البيانات عاملاً مهماً في نجاح التنقيب عن البيانات واكتشافها. إن معرفة البيانات جيداً يعني مساعدة المصممين على استخدام الخوارزميات أو الأدوات المستخدمة في قضايا محددة بدقة عالية. وهذا يؤدي إلى تعظيم فرص النجاح بالإضافة إلى الزيادة فاعلية وكفاءة نظام اكتشاف المعرفة. لا يحتاج التنقيب عن البيانات إلى جمع البيانات في مستودع البيانات ، ولكن إذا كان مستودع البيانات موجوداً في المؤسسة ، فمن الأفضل عدم احتكار المستودع مباشرة لغرض التنقيب عن البيانات. (4)

### 8 - تطبيق خوارزمية التصنيف وهي شجرة القرار ( Tree Decision ): 1 - مجموعة البيانات وخصائص الدراسة وانواعها:

| Field name   | Attributes |
|--------------|------------|
| AGE          | NUMERIC    |
| GUNDER       | STRING     |
| TRIBE        | STRING     |
| JOB          | STRING     |
| HSTATE       | STRING     |
| HCITY        | STRING     |
| STATUS       | STRING     |
| NEWCASE_DATE | DATE       |

الجدول رقم (1) يوضح خصائص البيانات

2 - شجرة القرار: يوضح الشكل شكل شجرة القرار والعلاقات بين الحقول:



الشكل رقم (1) يوضح شجرة القرار المصدر برنامج (Rapid Miner)

3- يوضح الشكل نسب ارتباطات شجرة القرار بين الحقول ونسبة توزيعها على كل فئة

Tree

```

AGE > 16.500
| AGE > 83.500
| | JOB = Engineer
| | | STATUS = Married: male (Female=0, male=5)
| | | STATUS = Widower: Female (Female=3, male=0)
| | | JOB = Farmer: male (Female=0, male=8)
| | | JOB = House wife: Female (Female=64, male=0)
| | | JOB = Retired: male (Female=0, male=7)
| | | JOB = Worker: male (Female=0, male=2)
| | | JOB = free business: male (Female=0, male=3)
| | AGE <= 83.500: Female (Female=6866, male=526)
AGE <= 16.500
| JOB = House wife: Female (Female=6, male=0)
| JOB = student
| | AGE > 14.500: male (Female=0, male=6)
| | AGE <= 14.500: Female (Female=3, male=0)
    
```

الشكل رقم (2) يوضح وصف قواعد شجرة القرار المصدر برنامج (Rapid Miner)

4- العدد النسبي للأمثلة المصنفة بشكل صحيح أو بعبارة أخرى النسبة المئوية للتنبؤات

الصحيحة و دقة الخوارزمية هي 92.53%..

|              | true Female | true male | class prediction |
|--------------|-------------|-----------|------------------|
| pred Female  | 2979        | 103       | 82.73%           |
| pred male    | 5           | 4         | 68.89%           |
| class result | 28.74%      | 2.40%     |                  |

الشكل رقم (3) يوضح النسبة المئوية للتنبؤات الصحيحة.المصدر برنامج (Rapid Miner)

## ثالثاً: النتائج : الخاتمة:

بعد مراجعة نتائج البحث ظهرت أهمية بيانات مرضى سرطان الثدي وأهميتها في عمل إحصائيات عن عدد المرضى وأعمارهم وتاريخ المرض والمناطق التي ينتشر فيها المرض والاستفادة منها. الحد من انتشار المرض ومساعدة الأطباء في تشخيص المرض واتخاذ القرارات. هناك حاجة للتنقيب عن البيانات الخاصة بأمراض السرطان للاستفادة منها في اتخاذ القرار ، حيث أن إجراء العديد من الأبحاث في هذا المجال يمكن المؤسسات الصحية من وضع الخطة المتبعة وزيادة الكفاءة ، حيث اتضح من خلال الأبحاث والدراسات السابقة أن التنقيب عن البيانات هي إحدى الطرق الحديثة وذات الكفاءة العالية في هذا الميدان.

## النتائج:

1. تم تطبيق خوارمية شجرة القرار حيث كانت دقة الخوارزمية %92.53.
2. معظم المصابين من الاناث ينتمون لولاية الخرطوم حيث بلغ عدد المصابين 1944 حالة من اجمالي الحالات والسبب الرئيسي في ذلك كثرة ابراج شبكة الاتصالات والمناطق الصناعية.
3. الاستنتاج بأن الفئات العمرية الأكثر عرضة للإصابة بسرطان الثدي هي ما بين (37-46) سنة.
4. إذا كان العمر اكبر من 16 اقل من 83 و الوظيفة مهنس و الحالة الاجتماعية متزوج فإن المصاب أنثى.
5. اذا كان العمر اقل من او يساوي 16 و الوظيفة ربة منزل فإن المصاب أنثى .

## التوصيات:

- 1.إنشاء مستودع بيانات كامل لتوفير جميع المعلومات والبيانات التي يحتاجها المحللون لمساعدتهم في التنقيب عن البيانات واكتشاف المعرفة
2. التوعية والإرشاد للكشف المبكر عن هذا المرض
3. استخدام خوارزميات أخرى ومقارنة نتائجها بنتائج هذا البحث
4. تطبيق خوارزميات قواعد الارتباط لتحديد العلاقة بين المرضى
5. محاولة تعميم كافة الأمراض السرطانية بالمستشفى .

## الهوامش:

- (1) بشير عباس، العلاق، الإدارة الرقمية: المجالات و التطبيقات، مركز الإمارات للدراسات و البحوث الإستراتيجية، ابوظبي، 2005، ص 84.
- (2) Bazsalica M., Naim P., Data mining pour le Web, éd. Eyrolles, Paris, 2001, P. 61.
- (3) عبد الستار العلي، عامر إبراهيم قنديلجي، غسان العمري، المدخل إلى إدارة المعرفة، دار المسيرة للنشر و التوزيع و الطباعة، الطبعة الأولى، عمان، 2006، ص. 157.
- (4) تقنيات التنقيب عن البيانات في الحقل الطبي (دراسة حالة الفشل الكلوي).
- (5) Hand d., Mannila H., Smyth R., Principles of Data Mining, MIT Press, London, 2001, p. 01.
- (6) Bazsalica M., Naim P., Op. Cit., pp.6869-.
- (7) Berry J. A. M., Linoff G. S., Data Mining Techniques For Marketing, Sales, and Customer Relationship Management, 2° ed., Wiley Publishing, INC, Indianapolis, 2004, p. 10.
- (8) »C:\Program Files\RapidMiner\RapidMiner Studio\RapidMiner Studio.exe«
- (9) مستشفى الذرة الخرطوم إدارة الاحصاء.
- (10) هبه عبدالله عبدالوهاب احمد (2020) زمن الدخول (2021-9-10)
- (11): <https://www.nejm.org/>

# أثر توفر مقومات الرقابة على أداء العاملين بشركات التأمين (شركة شيكان للتأمين - دراسة تطبيقية) (2015 - 2021م)

أستاذ مساعد - قسم إدارة الأعمال - كلية المعرفة  
للعلوم والتكنولوجيا

د. معتز محمد سوركتي محمد

## المستخلص:

هدفت الدراسة لمعرفة أثر الرقابة على أداء العاملين بشركات التأمين والوسائل والطرق الحديثة المتبعة في تنفيذ الرقابة والتعرف على مدى توفر مقومات الرقابة في شركات التأمين في السودان - بالتطبيق على شركة شيكان للتأمين. ولقد تمثلت مشكلة الدراسة الرئيسية في الكشف عن مدى توفر مقومات الرقابة في شركات التأمين في السودان، واثراً على أداء العاملين والذي يؤدي إلى تحقيق أهداف هذه المنظمات الخدمية من خلال أدوات البحث المستخدمة. تكمن أهمية هذه الدراسة العلمية كونها إحدى الدراسات التي بحثت في واقع الرقابة في شركات التأمين في السودان وعلاقتها بأداء العاملين، محاولة لمعالجة موضوع إداري حيوي يؤثر في حياة الشركات والتنظيمات، ولقد بنيت الدراسة على الفرضية الرئيسية: توجد علاقة ذات دلالة احصائية بين توفر مقومات الرقابة في شركات التأمين السوداني، والتي تنقسم إلى فرعين: (خصائص عملية تقويم الأداء، مدى تنوع الأساليب الرقابية المستخدمة) وبين أداء العاملين. اعتمدت الدراسة على المنهج الوصفي - التحليلي في إجرائها وذلك من خلال المصادر المتوفرة في المصادر الثانوية، والاستبانة الموجهة للعاملين ببرنامج SPSS، توصلت الدراسة إلى العديد من النتائج أهمها: وجود علاقة ذات دلالة إحصائية بين توفر مقومات الرقابة وأداء العاملين، وأوضحت أن تنوع الأساليب الرقابية المستخدمة يؤثر إيجاباً على تطوير أداء العاملين.

الكلمات المفتاحية: مقومات الرقابة - أداء العاملين - قياس وتقويم الاداء - شركات التأمين.

## **The impact of Availability Ingredients of The Control On The Performance In The Insurance Companies (Shikan Health Insurance Company, an applied case study) (2015- 2021AD)**

**Dr.Mutaz Mohamed Sorkty Mohamed**

### **Abstract:**

The study aimed to know the impact of administrative control on the performance of workers in insurance companies and the modern means and methods used in implementing administrative control and to identify the availability of elements of administrative control in insurance companies in Sudan. Applying to the two Islamic insurance companies and Shikan Insurance. The main problem of the study was to reveal the availability of the elements of administrative control in insurance companies in Sudan, and its impact on the performance of employees, which leads to achieving the objectives of these service organizations through the research tools used. The importance of this scientific study lies in being one of the studies that examined the reality of administrative control in insurance companies in Sudan and its relationship to the performance of employees, an attempt to address a vital administrative issue that affects the lives of companies and organizations. The elements of administrative control in Sudanese insurance companies, which are divided into two branches: (characteristics of the performance appraisal process, the variety of control methods used) and the performance of employees. The study relied on the descriptive-analytical approach in conducting it through the available sources in the secondary sources, and conducting interviews with the senior management of the Islamic Insurance Company and Shikan Insurance Company, and the questionnaire directed to employees and the SPSS program. It provides the elements of administrative control and the performance of the employees, and it has clarified that the diversity of the control methods used positively affects the development of the employees' performance.

**Keywords:**Ingredients of the control, Employee performance, Performance measurement and evaluation, Insurance companies.

## أولاً: الإطار المنهجي: المقدمة:

لقد تطور مفهوم الرقابة مع تطور حجم المؤسسات، وتعددت أنشطتها، وتطور علم الإدارة وثورة المعلومات، حيث ان تقل من مفهوم مرتبط بالنشاط المالي إلى مفهوم أعم وأشمل يتناول كافة أوجه النشاط سواء أكانت إدارياً، أم مالياً، أم قانونياً، أم فنياً، كما تطورت وظيفتها من وظيفة وقائية لحماية الأموال ومنع الأخطاء والتجاوزات والتحقق من صحة البيانات، إلى زيادة الكفاءة الإنتاجية للمؤسسة، وهو ما يطلق عليه اليوم (مفهوم الرقابة الشاملة). إن الجهود الحثيثة لعملية التنمية والتطوير الإداري للمؤسسات والقطاعات المختلفة يجعل من الواجب والضروري القيام بمثل هذه الدراسات الميدانية التي تقوم بتشخيص واقع الرقابة في قطاع التأمين ووضع الحلول، لتتجنب ان تصيب شركات التأمين حالة من الخلل الإداري؛ التي تبرز فيها مظاهر الضعف الإداري، وصولاً لكفاءة الأداء خاصة وان قطاع التأمين قطاع خدمي، لتحقيق أهداف معينة تحقق النفع العامل لمجتمع .

### مشكلة الدراسة:

تأتي هذه الدراسة للكشف عن مدى توفر مقومات الرقابة في شركات التأمين في السودان، واثراً على أداء العاملين والذي يؤدي الى تحقيق أهدافها للمنظمات الخدمية، ويمكن تحديد مشكلة الدراسة في السؤالين: ماهو مستوى توفر مقومات الرقابة لدش ركات التأمين في السودان؟ مامدى فعالية الرقابة على أداء العاملين لهذه المؤسسات ؟  
فرضيات الدراسة:الفرضية الرئيسية : توجد علاقة ذات دلالة احصائية بين توفر مقومات الرقابة فيش ركات التأمين السوداني، والتي تنقسم الفرعين :  
(عملية تقويم الأداء،مدى تنوع الأساليب الرقابية المستخدمة) وبين أداء العاملين.

### أهمية الدراسة:

تتمثل أهمية الدراسة في أهمية دور الرقابة في نجاح الخطط والاستراتيجيات المختلفة والتي تنعكس ايجاباً او سلباً على الخدمة التأمينية وتطوير اجهزة الرقابة وتقديم خدمة جيدة ومناسبة لجميع شرائح المجتمع من خلال تجديد وتحديث طرق العمل بالمؤسسة وتمكينها من أداء واجباتها بصورة مثلى.

أهداف الدراسة:وتهدف هذه الورقة الي معرفة أثر الرقابة على رفع أداء العاملين بشركات التأمين والوسائل والطرق الحديثة المتبعة في تنفيذ الرقابة والتعرف على مدى توفر مقومات الرقابة في شركات التأمين في السودان والخروج بمجموعة من التوصيات؛ التي يمكن أن تساعد في الارتقاء بمستوى الرقابة في شركات التأمين .

### منهجية الدراسة:

إعتمدت هذه الدراسة على استخدام المنهج الوصفي التحليلي. وأسلوب دراسة الحالة وبرنامج (SPSS) لتحليل البيانات واختبار الفروض.

مجال الدراسة: تمّ تحديد الفترة من العام (2015م-2021م) كمجال زمني للدراسة، وتمثل المجال المكاني للدراسة: ولاية الخرطوم- شركة شيكان للتأمين واعادة التأمين، وتمثل المجال البشري:العاملين بشركة شيكان للتأمين واعادة التأمين.

ادوات ومصادر الدراسة: إتمدت الدراسة على:المصادر الأولية ومن أدواتها: الإستبيان، المصادر الثانوية التي تتمثل في الكتب والمراجع، المجلات والأوراق العلمية.

## ثانياً:الإطار النظري للدراسة:

### الرقابة:

#### مفاهيم الرقابة:

اختلفت الآراء حول تعريف الرقابة شأنهم في ذلك شأن كافة العلوم الإنسانية حيث تعددت التعريفات بشأن الرقابة، فهي تعني الاداة التي تعين الادارة على الكشف عن الانحرافات وتصحيحها ومعالجتها، ولكلمة رقابة مدلولات كثيرة مثل مراقبة، تفتيش، فحص، اشراف، ملاحظة، متابعة وبحث. وكلمة رقابة باللغة الانجليزية (CONTROL) لها عدة معاني مثل سلطة، تنظيم، فحص وضبط<sup>(1)</sup>.

إن المعنى اللغوي لكلمة رقابة قد وردت عدة معاني لها في قواميس اللغة المختلفة، حيث وردت في قاموس لسان العرب<sup>(2)</sup>. كلمة رقب وفي اسماء الله تعالى الرقيب وهو الحافظ الذي لا يغيب عنه شيء. وفي الحديث الشريف «ارقبوا محمد في اهل بيته<sup>(3)</sup>. أي احفظوه فيهم وفي الحديث ايضا «ما من نبي الا اعطي سبعة نجباء رقباء»<sup>(4)</sup>. أي حفظة يكونون معه والرقيب بهذا المعنى يعني الحفيظ.

يرى الباحث ان الرقابة هي النشاط الذي تقوم به الادارة على اعمالها عن طريق التكامل مع الوظائف الاخرى لتوقع وكشف الانحراف عن المعايير الموضوعية وتقييمها ومعالجتها ودراستها وتحليلها لتحديد اسبابها والعمل على تجنب تكرارها مستقبلا.

أهمية الرقابة: تعد الرقابة احدى مكونات النشاط الاداري والافتقار للرقابة في أي مجال من مجالات العمل يمكن ان يؤدي الى عدم انضباط العمل والانحراف عن الاهداف<sup>(5)</sup>. وذلك لانه مهما كانت الخطة دقيقة جدا فلا بد من وجود نظام رقابة يعمل على التحقق من ان الاعمال تسير في الاتجاه الصحيح..

#### أهداف الرقابة:

تتنوع اهداف الرقابة بين اهداف عامة ترتبط بالدولة واهداف خاصة بكل جهاز اداري لوحده ولكن اهمها التأكد من الادارة ملتزمة بكافة القوانين والانظمة والتعليمات اثناء ممارستها لنشاطاتها وهذا مايعرف بمبدأ الشرعية، كما لا يقتصر على تصيد الاخطاء ومعاينة مرتكبيها، واما يجب ان تعامل علانها اجراء آخر من اجراءات التقييم الذي يستهدف في المقام الاول تحقيق مصلحة العاملين جنباً الى جنب مع مصلحة التنظيم<sup>(6)</sup>.

## انواع الرقابة:

هنالك العديد من انواع الرقابة ، ويمكننا التعرف عليها حسب المعيار المستخدم في تصنيفها ، مثلا حسب معيار الزمن ، حسب مستوياتها الادارية ومن حيث مصادرها<sup>(7)</sup>، فالرقابة من حسب معيار الزمن تعني توقيت حدوثها تشمل الرقابة الوقائية، الرقابة المتزامنة و الرقابة اللاحقة. الرقابة حسب المستوى الاداري تصنف الرقابة وفق هذا المعيار ضمن ثلاثة انواع هي<sup>(8)</sup> الرقابة على مستوى الفرد (اداء العاملين) الرقابة على مستوى الوحدة الادارية (قياس الانجاز الفعلي لكل ادارة) الرقابة على مستوى المؤسسة ككل (معرفة مدى كفاءتها في تحقيق الاهداف مثل الربحية او الحصة السوقية وقدرتها التنافسية)<sup>(9)</sup> . والرقابة من حيث مصادرها تشمل الرقابة الذاتية وتعني وهي رقابة الوجدان والضمير داخل الافراد العاملين في المؤسسة وتدفعهم الى الاخلاص في العمل مع اتقانه، وهي تنبع من ايمان عميق بالله سبحانه وتعالى ، ومعرفة كاملة بان الله يعلم السر والعلن. والرقابة الخارجية وهي الرقابة التي تمارسها هيئات خارجية على أنشطة المؤسسة، مثلا المراجعة الخارجية، رقابة البنك المركزي، الرقابة الشرعية، البرلمان .

## مراحل الرقابة :

تمر الرقابة بثلاث مراحل أو عناصر رئيسية هي<sup>(10)</sup>: مرحلة تحديد المعايير أو المقاييس، مرحلة قياس الأداء الفعلي طبقاً لهذه المعايير وهي ما يسمى بمرحلة تقييم الأداء وفقاً للمعايير و مرحلة تصحيح الإنحرافات، ولا بد لأي عملية رقابية أن تمر بهذه المراحل الثلاثة ، والعملية الرقابية تتم بعد عمليات التنفيذ أي تتم على الأداء الفعلي.

## مقومات الرقابة:

هناك العديد من المقومات والعوامل التي يجب توافرها لكي تحقق الرقابة فاعليتها، ومن أهمها: نظم الرقابة الداخلية والأساليب الرقابية.

ان المفهوم الشامل لنظم الرقابة الداخلية في محتواه الواسع جميع اشكال الرقابة داخل اي منشأة ويشمل ذلك الرقابة المحاسبية والادارية وانظمة الضبط الداخلي اذ عرفت الرقابة الداخلية بانها<sup>(11)</sup>: تشمل الخطة التنظيمية ووسائل التنسيق والمقاييس المتبعة في المشروع بهدف حماية اصوله وضبط ومراجعة البيانات المحاسبية والتأكد من وقتها ومدى الاعتماد عليها، وزيادة الكفاية الانتاجية وتشجيع العاملين على التمسك بالسياسات الادارية الموضوعة. ولكي تؤدي الرقابة وظائفها وتصل بالإدارة إلى أهدافها المرسومة لا بد من اساليب ووسائل ذات فعالية ، حيث يتوجب أن يزود المدراء بأدوات رقابية قوية يمكن عن طريقها تحقيق الأهداف التي أنيطت بهم<sup>(12)</sup>، وتنوعت لك الوسائل حسب طبيعة وظروف الأعمال الإدارية المشمولة بالرقابة، وهي تنقسم الى مجموعات على النحو الآتي<sup>(13)</sup> الأساليب الوصفية منها : سجلات الدوام ، سجلات الزمن ، الرسوم البيانية ، التقارير الادارية ، خرائط غانت والتحليل المخبرية .

الأساليب الكمية منها : الميزانيات التقديرية، بطاقة الجرد المستمر وتحليل النسب .

الأساليب الميدانية مثل الجولات التفتيشية ( الزيارات المفاجئة ) .

الأساليب الشبكية منها : طريقة بيرت والمسار المحرج .

## أداء العاملين:

### مفهوم الاداء :

يشكل الأداء السلوك الوظيفي للعاملين في المنظمة لتحقيق أهدافها وبالتالي تبرز أهمية تحديد واجبات ومسئوليات الوظيفة لكي يتسنى للموظف معرفة واجباته وحقوقه، ومن ثم ممارسة الصلاحيات والاختصاصات المحددة لوظيفته وتحمل المسؤولية الناجمة عنها، وتشمل انظمة الاداء على مقياس كل من السلوكيات «مايفعله الموظف» والنتائج «نتائج سلوك الموظف»<sup>(14)</sup>، ويعرف بأنه « ناتج جهد معين قام ببذله فرد أو مجموعة لإنجاز عمل معين ويرى بعض الإداريين أن الأداء هو وسيلة لتحقيق غاية وهي النتائج وبهذا فإن الأداء هو الترجمة العملية لكافة مراحل التخطيط والنتيجة عن تفاعل عدد من العوامل المتداخلة<sup>(15)</sup>.

### أهمية الأداء:

يحظي موضوع الأداء بشكل عام، والأداء الإداري بشكل خاص، باهتمام متزايد في كل المجتمعات المتقدمة والنامية على السواء، وأصبح مؤكداً أن نمو الدخل الحقيقي ورفع مستوى المعيشة يعتمد أساساً على رفع كفاءة الأداء، ، لأن رفع معدلات الأداء بها سوف يساعد في النهاية على تحقيق معدلات سريعة للتنمية الاقتصادية الشاملة<sup>(16)</sup>. وبالتالي، فإن أهمية الأداء من وجهات نظر الفرد والتنظيم والدولة بصفة عامة على النحو التالي<sup>(17)</sup>: على مستوى الفرد كمدير، على مستوى التنظيم وعلى المستوى القومي.

### قياس وتقويم الاداء:

وجود فروق و اختلافات بين الأفراد لها تأثيرها على صلاحية الفرد للعمل و حجم العمل و جودة أدائه، و من ثم استمراريته في العمل أو تركه، كل هذه الفروق جعلت التعرف على طريقة أداء العاملين و سلوكهم و تصرفاتهم أثناء العمل أمراً ضرورياً.

فقياس وتقويم الاداء هي عملية إدارية دورية هدفها قياس نقاط القوة و الضعف في الجهود التي يبذلها الفرد و السلوكيات التي يمارسها في موقف معين و في تحقيق هدف معين خططت له المنظمة مسبقاً<sup>(18)</sup>.

هنالك عدة مداخل لقياس الاداء مثل المدخل المقارن و مدخل الخصائص والسمات، اما تقويم الاداء تتعدد طرق تقويم الأداء في المنظمات مثل<sup>(19)</sup>: طريقة التدرج البياني ، طريقة الترتيب ، طريقة الوقائع الحرجة، طريقة الاختيار و طريقة التقرير المكتوب.

### ثالثاً: الدراسة التطبيقية والميدانية:

#### الدراسة التطبيقية :

#### شركة شيكان للتأمين و إعادة التأمين المحدودة :

#### النشأة و التأسيس :

شركة شيكان للتأمين و إعادة التأمين المحدودة هي إحدى شركات الهيئة الاقتصادية الوطنية التابعة لوزارة الدفاع الوطني ، تم تأسيسها في العام 1983م و تعتبر أكبر شركات تأمين في السودان<sup>20</sup>.

تزاوّل الشركة نشاطاتها وفق أحكام الشريعة الإسلامية و يشرف علي رقابة أعمالها من النواحي الشرعية نفر كريم من علماء الشريعة و القانون و الاقتصاد .

تقوم الشركة بالتأمين علي ممتلكات القطاع العام و تتعدى بخدماتها هذا القطاع لتشمل كذلك شركات القطاع الخاص و الأفراد حيث تحتل المرتبة الأولى في تأمينها بالسودان .

التأمين وفق أحكام الشريعة الإسلامية يقتضي ان يكون تأميننا تعاونياً و هو أساس العمل بالشركة حيث تعتبر الأقساط المدفوعة تبرعاً في المحفظة التعاونية للشركة من قبل أصحاب الممتلكات المؤمنة (( حملة وثائق التأمين)) و يتم توزيع فوائض التأمين عليهم كما انهم يمثلون بأعضاء في مجلس إدارة الشركة و يتحملون جانباً من الخسائر عند حدوثها .

تسهم الشركة بفعالية في مجالها الأساسي المتمثل في التأمين و التعويض عن الخسائر ، و لديها ودائع استثمارية و اسهم في مؤسسات مالية معتبرة ، و تقوم بأجراء الدراسات و المسوحات الفنية لتقليل الخسائر كما ان لديها تسعة وعشرون فرعاً في الولايات المختلفة ، و هي الشركة الأولى في مجال التكافل بالبلا و أضافت تغطيات تأمينية شتى في مجال تأمين الثروة الحيوانية و التأمين الزراعي إضافة للتأمين الطبي كأول شركة تأمين سودانية تطرق هذا المجال .

فلسفة شركة شيكان للتأمين: الولاء الدائم و الإهتمام المطلق لحملة الوثائق فهم ملاك كامل لنشاط و أموال و فوائض تأمين بالشركة.

شغف الإبتكار و تقديم كل جديد يعكس إلتزامنا الثابت نحو تحقيق متطلبات و رغبات عملائنا و تعظيم مزايا و جودة و تميز منتجاتنا و خدماتنا.

الإلتزام برعاية مصالح حملة الوثائق و المساهمين معاً فإننا أن نحرص أشد الحرص على عدم إتخاذ أى إجراء في أى مجالات عملنا قد يعرض تلك المصالح لأقل درجات الخطر.

إن النمو المتواصل يمثل القوة المحركة للشركة فإننا نسعى دائماً لرفع مؤشرات أدائنا في كافة أوجه عملنا و الإنتشار محلياً و إقليمياً و عالمياً.

إحترامنا للعاملين يوحد لهم فرص الترقى في الشركة و تشجيعهم على تحسين جودة عملهم و زيادة إنتاجيتهم من خلال الحوافز التي تعطى بصفة عامة، و لمن يتقدمون بمبادرات متميزة بصفة خاصة نعمل دائماً على نشر الوعي التأميني بين أفراد المجتمع لتعزيز التضامن و التعاون رؤية شركة شيكان للتأمين : أن نكون المثل الذي يحتدى به و القدوة الحسنة في صناعة التأمين الإسلامي و التكافلي و بكافة أنواعه من خلال التميز في مجال إبتكار المنتجات و تعظيم عائدات حملة وثائق التأمين و المساهمين و تنمية الموارد البشرية و تطويرها

رسالة شركة شيكان للتأمين: أن نحقق أعلى العائدات و المنافع لحملة وثائق التأمين و المساهمين من خلال تقديم منتجات و خدمات التأمين و التكافل مبتكرة و شاملة بأسعار تنافسية و مهنية عالية ترضى زبائننا و توفر لهم و لممتلكاتهم أجود و أميز مستويات الحماية و الضمان و الوقوف بجانبهم عند الحاجة و إسعادهم .

## الدور الاقتصادي والاجتماعي :

ظلت الشركة تقوم بدورها في دعم النشاط الاقتصادي بالبلاد من خلال حصولها علي اتفاقيات إعادة تأمين ذات طاقات استيعابية عالية و كلفة مالية معقولة مما قلل من صادر العملات الصعبة للخارج. إضافة الي ذلك فقد قامت الشركة بدورها في تقديم التعويضات المالية للوحدات الإنتاجية المختلفة و الأفراد الذين تعرضوا لخسائر مادية نتيجة لحدوث الأخطار المؤمن ضدها ، مما جعل تلك الجهات تعاود نشاطها الاقتصادي في أسرع وقت ممكن و يمثل هذا الدور التعويضي مهمتها الأساسية .

ساهمت الشركة منذ نشأتها و بفعالية في كافة اوجه النشاط الاجتماعي في البلاد وفق إمكانياتها المتاحة وذلك بتبني المشاريع الاجتماعية و الصحية و الدعم المباشر لمن يستحق الدعم و المؤازرة .

## اجراءات الدراسة الميدانية :

تضمنت الخطوات والإجراءات التي تم اتباعها في الدراسة الميدانية، وشمل ذلك تصميم أداة الدراسة، ووصف مجتمع وعينة البحث، وإجراء اختبارات الثبات والصدق لأداة الدراسة للتأكد من صلاحيتها والأساليب الإحصائية التي تم بموجبها تحليل البيانات واستخراج النتائج. ونتطرق إلى إجراءات الدراسة التطبيقية بالتفصيل فيما يلي:

## مجتمع وعينة الدراسة:

يقصد بمجتمع الدراسة المجموعة الكلية من العناصر التي يسعى الباحثون لتعميم النتائج ذات العلاقة بالمشكلة المدروسة عليها، يتكون مجتمع الدراسة من العاملين في شركة شيكان للتأمين وإعادة التأمين المحدودة، حيث تم اخذ عينة قصدية تتمثل في رؤساء الاقسام، مدراء الادارات، مساعدي المدير العام و نواب المدير العام البالغ عددهم 102 شخص، تم توزيع عدد (93) إستبانة على مجتمع الدراسة وتم استرجاع (90) إستبانة سليمة تم استخدامها في التحليل بنسبة استرجاع بلغت (96.7)%

## وصف أداة الدراسة:

اعتمدت هذه الدراسة على الاستبانة كأداة رئيسية للحصول على البيانات اللازمة لدراسة دور الرقابة على أداء العاملين في شركات التأمين السودانية. وتتكون استبانة الدراسة من قسمين:

## القسم الأول:

ويشتمل على البيانات الشخصية لأفراد عينة الدراسة: وهي البيانات المتعلقة بوصف عينة الدراسة وهي: والعمر وعدد سنوات الخبرة والمسمى الوظيفي والمؤهل العلمي.

## القسم الثاني:

وتشمل عبارات الدراسة الأساسية: وهي المحاور والتي من خلالها يتم التعرف على متغيرات الدراسة . ويشتمل هذا القسم من عدد (35) عبارة تمثل محاور الدراسة وفقاً لما يلي:

## جدول (1) توزيع محاور الدراسة

| عدد العبارات | الفقرات | محاور الدراسة     |   |
|--------------|---------|-------------------|---|
| 7            | 14-8    | تقويم الاداء      | 2 |
| 7            | 21-15   | الأساليب الرقابية | 3 |
| 7            | 35-29   | اداء العاملين     | 5 |
| 21           |         | المجموع           |   |

المصدر : إعداد الباحث 2022م

كما تم قياس درجة الاستجابات حسب مقياس ليكرت الخماسي (Likart Scale)، والذي يتراوح من لا أوافق بشدة إلى اوافق بشدة، كما هو موضح في جدول رقم (1).

## جدول (2) مقياس درجة الموافقة

| الوزن | درجة الموافقة |
|-------|---------------|
| 5     | أوافق بشدة    |
| 4     | أوافق         |
| 3     | لأرأي         |
| 2     | لا أوافق      |
| 1     | لا أوافق بشدة |

المصدر: إعداد الباحث 2022م

وعليه فإن الوسط الفرضي للدراسة كالآتي:

الدرجة الكلية للمقياس هي مجموع درجات المفردة على العبارات  $(1+2+3+4+5)/5 = (15/5) = 3$ . وهو يمثل الوسط الفرضي للدراسة، وعلية كلما زاد متوسط العبارة عن الوسط الفرضي (3) دل ذلك على موافقة أفراد العينة على العبارة، أما إذا انخفض متوسط العبارة عن الوسط الفرضي (3) دل ذلك على عدم موافقة أفراد العينة على العبارة.

فيما يلي نتائج اختبارات الثبات والصدق لجميع محاور الدراسة:

المحور الأول: تقويم الاداء

## جدول (3) نتائج اختبار ألفا كرنباخ لمقياس عبارات محور تقويم الأداء

| الفأ كرنباخ | العبارات   |
|-------------|--|
| 0.67        | 1/ يتم تعديل معايير الأداء إذا تطلب الأمر ذلك .      |
| 0.62        | 2/ يتم تحديد معايير رقابية لمتابعة الأداء في الشركة. |
| 0.58        | 3/ معايير الأداء مفهومة لجميع العاملين.              |

| العبارات  | الفأ كرنباخ |
|---|-------------|
| 4/تساهم تقارير الأداء في تطوير الأداء.                        | 0.63        |
| 5/ تعد تقارير الأداء بشكل وصفي ( أي يعبر عنها بصورة إنشائية). | 0.78        |
| 6/ تعد تقارير الأداء بشكل كمي (أي يعبر عنها بصورة رقمية).     | 0.69        |
| 7/ تتميز معايير الأداء المستخدمة بالموضوعية.                  | 0.60        |
| <b>اجمالي العبارات</b>  | <b>0.82</b> |

المصدر : إعداد الباحث 2022م.

من الجدول (3) نتائج اختبار الثبات أن قيم الفأ كرنباخ لجميع عبارات محور:تقويم الاداء اكبر من (60 %) وتعنى هذه القيم توافر درجة عالية جدا» من الثبات الداخلي لجميع العبارات سواء كان ذلك لكل عبارة على حدا أو على مستوى جميع عبارات المقياس حيث بلغت قيمة الفأ كرنباخ للمقياس الكلي (0.82) وهو ثبات مرتفع ومن ثم يمكن القول بان المقاييس التي اعتمدت عليها الدراسة لقياس عبارات محور الدراسة الاول (تقويم الاداء) تتمتع بالثبات الداخلي لعباراتها مما يمكننا من الاعتماد على هذه الإجابات في تحقيق أهداف الدراسة وتحليل نتائجها.

#### المحور الثاني:الاساليب الرقابية

#### جدول (4) نتائج اختبار الفأ كرنباخ لمقياس عبارات محور الأساليب الرقابية

| العبارات                                  | الفأ كرنباخ |
|---|-------------|
| 1/يستفاد من الخطط كأداة رقابية في الشركة. | 0.70        |
| 2/تساعد التقارير في تطوير أساليب العمل.   | 0.73        |
| 3/تستخدم الموازنة في عملية الرقابة.       | 0.73        |
| 4/يستخدم الاشراف الاداري كأداة رقابية.    | 0.74        |
| 5/تؤدي الملاحظة الشخصية إلى تحسين الأداء. | 0.75        |
| 6/يستخدم التحليل المالي كأداة رقابية.     | 0.72        |
| 7/هنالك صناديق شكاوى في الشركة.           | 0.81        |
| <b>اجمالي العبارات</b>                    | <b>0.77</b> |

المصدر : إعداد الباحث 2022م.

من الجدول (4) نتائج اختبار الثبات أن قيم الفأ كرنباخ لجميع عبارات محور: الاساليب الرقابية اكبر من (60%) وتعنى هذه القيم توافر درجة عالية جدا» من الثبات الداخلي لجميع العبارات سواء كان ذلك لكل عبارة على حدا أو على مستوى جميع عبارات المقياس حيث بلغت قيمة الفأ كرنباخ للمقياس الكلي (0.77) وهو ثبات مرتفع ومن ثم يمكن القول بان المقاييس التي اعتمدت عليها الدراسة لقياس عبارات محور الدراسة الثاني (الاساليب الرقابية)تتمتع بالثبات الداخلي لعباراتها مما يمكننا من الاعتماد على هذه الإجابات في تحقيق أهداف الدراسة وتحليل نتائجها.

## المحور الثالث: أداء العاملين:

جدول (5) نتائج اختبار ألفا كرنباخ لمقياس عبارات محور أداء العاملين

| ألفا كرنباخ | العبارات   |
|-------------|--|
| 0.83        | 1/ إجراءات العمل مفهومة من قبل العاملين.                     |
| 0.87        | 2/ يساعد التدريب في زيادة انتاجية العاملين.                  |
| 0.84        | 3/ يوجد وصف وظيفي واضح للعاملين في الشركة.                   |
| 0.82        | 4/ يتم تشخيص المشاكل الادارية بسرعة وفعالية.                 |
| 0.83        | 5/ يتم إذالة كافة المعوقات التي تعترض سير العمل.             |
| 0.89        | 6/ الخدمات الاجتماعية تساعد على رفع الروح المعنوية للعاملين. |
| 0.84        | 7/ تستخدم طرق حديثة في تقييم أداء العاملين.                  |
| 0.86        | اجمالي العبارات  |

المصدر : إعداد الباحث 2022م.

من الجدول (5) نتائج اختبار الثبات أن قيم ألفا كرنباخ لجميع عبارات محور أداء العاملين أكبر من (60%) وتعنى هذه القيم توافر درجة عالية جداً من الثبات الداخلي لجميع العبارات سواء كان ذلك لكل عبارة على حدا أو على مستوى جميع عبارات المقياس حيث بلغت قيمة ألفا كرنباخ للمقياس الكلى (0.86) وهو ثبات مرتفع ومن ثم يمكن القول بان المقاييس التي اعتمدت عليها الدراسة لقياس محور الدراسة الثالث (أداء العاملين) تتمتع بالثبات الداخلي لعباراتها مما يمكننا من الاعتماد على هذه الإجابات في تحقيق أهداف الدراسة وتحليل نتائجها.

## رابعاً: أساليب التحليل الإحصائي المستخدم في الدراسة:

لتحقيق أهداف البحث واختبار فروض الدراسة، تم استخدام الأدوات الإحصائية التالية:  
(1) إجراء اختبار الثبات (Reliability Test) لأسئلة الاستبانة المكونة من جميع البيانات باستخدام « كل من:

أ. اختبار الصدق الظاهري. للتحقق من أن العبارات التي استخدمت لقياس مفهوماً معيناً تقيس بالفعل هذا المفهوم ولاتقي إبعاد أخرى ويتميز هذا التحليل بقدرته على توفير مجموعة من المقاييس التي تحدد مدى انطباق البيانات للنموذج الذي تم الكشف عنه واستبعاد أي نماذج أخرى بديلة يمكن أن تفسر العلاقة بين عبارات المقياس بناء على استجابة مفردات عينة الدراسة.

ب. معامل إلفا كرونباخ (Cronbach,s Alpha): وتم استخدامه لقياس الاتساق الداخلي لعبارات الدراسة للتحقق من صدق الأداء .

(2) أساليب الإحصاء الوصفي: وذلك لوصف خصائص مفردات عينة الدراسة حيث يتم حساب كل من الوسط الحسابي والانحراف المعياري لكل عبارات محور الدراسة ويتم مقارنة الوسط الحسابي للعبارة بالوسط الفرضي للدراسة (3) حيث تتحقق الموافقة على الفقرات إذا كان

الوسط الحسابي للعبارة اكبر من الوسط الفرضي (3)، وتحقق عدم الموافقة إذا كان الوسط الحسابي أقل من الوسط الفرضي. وإذا كان الانحراف المعياري للعبارة يقترب من الواحد الصحيح فهذا يدل على تجانس الإجابات بين أفراد العينة.

### (3)- تحليل الانحدار:

وتم استخدام تحليل الانحدار (البسيط والمتعدد) الاختبار لاختبار الدلالة الإحصائية لفروض الدراسة تغير وحدة واحدة من المتغير المستقل. كما يتم الاعتماد على معامل التحديد ( $R^2$ ) للتعرف على قدرة النموذج على تفسير العلاقة بين المتغيرات أيضاً يتم الاعتماد على اختبار (T) لقياس قوة التأثير بين المتغيرات ووفقاً « لهذا الاختبار يتم مقارنة القيمة الاحتمالية (Prob) للمعلمة المقدره مع مستوى المعنوية 5% فإذا كانت القيمة الاحتمالية اكبر من 0.05 يتم قبول فرض العدم وبالتالي تكون المعلمة غير معنوية إحصائياً , إما إذا كانت القيمة الاحتمالية أقل من 0.05 يتم رفض فرض العدم وقبول الفرض البديل أي أن النتيجة وجود علاقة ذات دلالة إحصائية بين المتغير المستقل والمتغير التابع. و يتم الاعتماد على قيمة بيتا (B) لمعرفة التغير المتوقع في المتغير التابع بسبب التغير في المتغير المستقل. بينما يتم استخدام اختبار (F) للتعرف على معنوية النموذج ككل.

(4)-اختبار F: وتم استخدام تحليل التباين (اختبار F) لاختبار الدلالة الاحصائية للفروق عند مستوى معنوية 5% ويعنى ذلك انة اذا كانت قيمة (F) المحسوبة عند مستوى معنوية اقل من 5% يرفض فرض العدم ويكون الفرض البديل (وجود فروق ذات دلالة احصائية). اما اذا كانت قيمة (F) عند مستوى معنوية اكبر من 5% فذلك معناه قبول فرض العدم وبالتالي عدم وجود فروق ذات دلالة احصائية.

خامساً: عرض وتحليل خصائص عينة الدراسة (البيانات الشخصية):

في هذه الجزئية تم تحليل البيانات الشخصية الواردة في القسم الأول من الإستبيان كما هي موضحة في النواحي الآتية:

#### 1. توزيع أفراد العينة حسب العمر:

أوضحت الدراسة أن غالبية أفراد العينة من من تزيد أعمارهم عن ( 50 سنة) حيث بلغت نسبتهم (42.2) % من أفراد العينة الكلية بينما بلغت نسبة الذين تتراوح أعمارهم ما بين (30-40) سنة (32.2) % إما أفراد العينة والذين تتراوح أعمارهم ما بين (40-50) سنة فقد بلغت نسبتهم (24.2) % ونسبة (1.1) % للذين تقل اعمارهم عن (اقل من 30) سنة من اجمالي العينة المبحوثة. يتضح من كل ذلك أن معظم أفراد العينة تتراوح أعمارهم ما بين (50 سنة فأكثر ) مما يدل على جودة العينة وقدرة أفرادها على فهم عبارات الاستبانة والإجابة عليها.

#### 2. توزيع أفراد العينة حسب سنوات الخبرة:

أوضحت الدراسة أن غالبية أفراد العينة تزيد سنوات خبرتهم عن (15 فأكثر) حيث بلغت نسبتهم (60) % من أفراد العينة الكلية بينما بلغت نسبة الذين تتراوح سنوات خبرتهم ما بين (5-

15 سنة) (36.7) % إما أفراد العينة والذين تقل سنوات خبرتهم عن 5 سنة فقد بلغت نسبتهم (1.1) % من اجمالي العينة المبحوثة. ويتضح من ذلك أن معظم أفراد العينة تتراوح سنوات خبرتهم ما بين (15 سنة فأكثر) وهذه دلالة على مدى نضج أفراد العينة مما يمكنهم من الإجابة على أسئلة الاستبانة بشكل موضوعي.

### 3. توزيع أفراد العينة حسب المسمى الوظيفي:

أوضحت الدراسة أن غالبية أفراد العينة من رؤساء الاقسام والمدراء حيث بلغت نسبتهم (88.9) % من أفراد العينة الكلية بينما بلغت نسبة مساعد مدير عام في العينة (8.9) % إما أفراد العينة من نائب مدير عام فقد بلغت نسبتهم (2.2) % فقط من اجمالي العينة المبحوثة. ويتضح من كل ذلك أن غالبية أفراد العينة المبحوثة من رؤساء الاقسام وهذه دلالة على مدى معرفة وإدراك أفراد العينة بطبيعة موضوع الدراسة وهم الفاعلين الاكثر معرفة بموضوع الدراسة.

### 4. توزيع أفراد العينة حسب المؤهل العلمي:

أوضحت الدراسة أن غالبية أفراد العينة من المستوى التعليمي الجامعي (البكالوريوس) حيث بلغت نسبتهم (51.1) % من أفراد العينة بينما بلغت نسبة حملة التعليم فوق الجامعي (ماجستير، دكتوراه) في العينة (41.1) % إما المستوى التعليمي الثانوي والدبلوم فقد بلغت نسبتهم (7.8) %. من اجمالي العينة المبحوثة. ويتضح من كل ذلك أن غالبية أفراد العينة ممن يحملون درجات جامعية وفوق الجامعية حيث بلغت نسبتهم (92.2) % مما يدل على جودة التأهيل العلمي لأفراد العينة وبالتالي قدرتهم على فهم عبارات الاستبانة بشكل جيد والإجابة عليها بدقة.

### سادسا: الاحصاء الوصفي لعبارات متغيرات الدراسة:

حيث يتم حساب كل من الوسط الحسابي والانحراف المعياري لكل عبارات محور الدراسة ويتم مقارنة الوسط الحسابي للعبارة بالوسط الفرضي للدراسة (3) حيث تتحقق الموافقة على الفقرات إذا كان الوسط الحسابي للعبارة اكبر من الوسط الفرضي (3)، وتتحقق عدم الموافقة إذا كان الوسط الحسابي أقل من الوسط الفرضي. وإذا كان الانحراف المعياري للعبارة يقترب من الواحد الصحيح فهذا يدل على تجانس الإجابات بين أفراد العينة.

### المحور الاول: تقويم الأداء :

فيما يلي جدول يوضح الوسط والانحراف المعياري والاهمية النسبية للعبارات التي تقيس محور تقويم الاداء بعد التركيز على مقابلة احتياجات العاملين وترتيبها وفقا « لاجابات المستقصى منهم .

## الإحصاء الوصفي لعبارات محور تقويم الأداء:

جدول (6) الإحصاء الوصفي لعبارات محور تقويم الأداء

| الترتيب | درجة الموافقة | الأهمية النسبية | المتوسط | الانحراف المعياري | العبارات  |
|---------|---------------|-----------------|---------|-------------------|---|
| 2       | عالية         | %74.4           | 3.72    | 0.88              | 1/ يتم تعديل معايير الأداء إذا تطلب الأمر ذلك .               |
| 4       | عالية         | %72.2           | 3.61    | 1.02              | 2/ يتم تحديد معايير رقابية لمتابعة الأداء في الشركة.          |
| 7       | متوسطه        | %59.2           | 2.96    | 1.11              | 3/ معايير الأداء مفهومة لجميع العاملين .                      |
| 3       | عالية         | %72.6           | 3.63    | 1.13              | 4/ تساهم تقارير الأداء في تطوير الأداء.                       |
| 6       | متوسطة        | %66.6           | 3.33    | 1.06              | 5/ تعد تقارير الأداء بشكل وصفي ( أي يعبر عنها بصورة إنشائية). |
| 1       | عالية         | %78             | 3.90    | 0.93              | 6/ تعد تقارير الأداء بشكل كمي (أي يعبر عنها بصورة رقمية).     |
| 5       | متوسطة        | %69.6           | 3.48    | 1.05              | 7/ تتميز معايير الأداء المستخدمة بالوضوح .                    |
|         | عالية         | 70.2%           | 3.51    | 1.02              | الإجمالي  |

المصدر: إعداد الباحث من نتائج التحليل الإحصائي 2022م

يتضح من الجدول رقم (6) ما يلي:

1. أن جميع العبارات التي تعبر عن محور (تقويم الأداء) يزيد متوسطها عن الوسط الفرضي (3) وهذه النتيجة تدل على موافقة أفراد العينة على جميع العبارات التي تقيس (تقويم الأداء).
2. أهم عبارة من عبارات محور (تقويم الأداء) هي العبارة (تعد تقارير الأداء بشكل

كمي (أي يعبر عنها بصورة رقمية). حيث بلغ متوسط إجابات أفراد العينة على العبارة (3.90) بانحراف معياري (0.93) وأهمية نسبية (78%)  
 تليها في المرتبة الثانية العبارة (يتم تعديل معايير الأداء إذا تطلب الأمر ذلك) حيث بلغ متوسط العبارة (3.72) بانحراف معياري (0.88) وأهمية نسبية مقدارها (74.4%).  
 3. وأقل عبارة من حيث الموافقة هي العبارة (معايير الأداء مفهومة لجميع العاملين) حيث بلغ متوسط العبارة (2.96) بانحراف معياري (1.11) وأهمية نسبية (59.2%).  
 4. كما بلغ متوسط جميع العبارات (3.51) بانحراف معياري (1.02) وأهمية نسبية (70.2%) وهذا يدل على أن غالبية أفراد العينة يوافقون بدرجة عالية جدا على جميع العبارات التي تقيس عبارات محور (تقويم الأداء).

#### المحور الثاني: الأساليب الرقابية :

فيما يلي جدول يوضح المتوسط والانحراف المعياري والأهمية النسبية للعبارات التي تقيس محور الأساليب الرقابية بعد التركيز على العميل وترتيبها وفقا لاجابات المستقصى منهم

#### جدول (7) الاحصاء الوصفي لعبارات محور الأساليب الرقابية

| الترتيب | درجة الموافقة | الأهمية النسبية | المتوسط | الانحراف المعياري | العبارات                                   |
|---------|---------------|-----------------|---------|-------------------|--|
| 6       | عالية         | %76.2           | 3.81    | 0.91              | 1/ يستفاد من الخطط كأداة رقابية في الشركة. |
| 5       | عالية         | %78.4           | 3.92    | 0.92              | 2/ تساعد التقارير في تطوير أساليب العمل.   |
| 1       | عالية جدا     | %82.2           | 4.11    | 0.74              | 3/ تستخدم الموازنة في عملية الرقابة.       |
| 2       | عالية جدا     | %82.2           | 4.11    | 0.81              | 4/ يستخدم الاشراف الاداري كأداة رقابية.    |
| 3       | عالية         | %79.8           | 3.99    | 0.90              | 5/ تؤدي الملاحظة الشخصية إلي تحسين الأداء. |
| 4       | عالية         | %79.8           | 3.99    | 0.88              | 6/ يستخدم التحليل المالي كأداة رقابية.     |
| 7       | عالية         | %74             | 3.70    | 1.10              | 7/ هنالك صناديق شكاوى في الشركة.           |
|         | عالية         | 78.8%           | 3.94    | 0.89              | الإجمالي                                   |

المصدر: إعداد الباحث من نتائج التحليل الاحصائي 2022م

يتضح من الجدول رقم (7) ما يلي:

1. أن جميع العبارات التي تعبر عن محور (الاساليب الرقابية) يزيد متوسطها عن الوسط الفرضي (3) وهذه النتيجة تدل على موافقة أفراد العينة على جميع العبارات التي تقيس (الاساليب الرقابية).
2. أهم عبارة من عبارات محور (الاساليب الرقابية) هي العبارة (تستخدم الموازنة في عملية الرقابة) حيث بلغ متوسط إجابات أفراد العينة على العبارة (4.11) بانحراف معياري (0.74) وأهمية نسبية (82.2)%.
3. وأقل عبارة من حيث الموافقة هي العبارة (هنالك صناديق شكاوى في الشركة) حيث بلغ متوسط العبارة (3.70) بانحراف معياري (1.10) وأهمية نسبية (74)%.
4. كما بلغ متوسط جميع العبارات (3.94) بانحراف معياري (0.89) وأهمية نسبية (78.8)% وهذا يدل على أن غالبية أفراد العينة يوافقون بدرجة عالية على جميع العبارات التي تقيس عبارات محور (الاساليب الرقابية).

### المحور الثالث: أداء العاملين :

فيما يلي جدول يوضح المتوسط والانحراف المعياري والأهمية النسبية للعبارات التي تقيس محور تنمية الموارد البشرية وترتيبها وفقاً لاجابات المستقصى منهم .

جدول (8) الاحصاء الوصفي لعبارات محور أداء العاملين

| الترتيب | درجة الموافقة | الأهمية النسبية | المتوسط | الانحراف المعياري | العبارات   |
|---------|---------------|-----------------|---------|-------------------|--|
| 3       | عالية         | 74%             | 3.70    | 1.04              | ١/ إجراءات العمل مفهومة من قبل العاملين.                     |
| 1       | عالية جداً    | 90.4%           | 4.52    | 0.70              | ٢/ يساعد التدريب في زيادة انتاجية العاملين.                  |
| 5       | متوسطة        | 68.2%           | 3.41    | 1.05              | ٣/ يوجد وصف وظيفي واضح للعاملين في الشركة.                   |
| 6       | متوسطة        | 64.2%           | 3.21    | 1.07              | ٤/ يتم تشخيص المشاكل الادارية بسرعة وفعالية.                 |
| ٤       | متوسطة        | 68.4%           | 3.42    | 1.05              | ٥/ يتم إذالة كافة المعوقات التي تعترض سير العمل.             |
| ٢       | عالية جداً    | 85.2%           | 4.26    | 0.79              | ٦/ الخدمات الاجتماعية تساعد على رفع الروح المعنوية للعاملين. |
| ٧       | متوسطة        | 60.4%           | 3.02    | 1.02              | ٧/ تستخدم طرق حديثة في تقويم أداء العاملين.                  |
|         | عالية         | 72,8%           | ٣,٦٤    | ٠,٩٦              | الإجمالي   |

المصدر: إعداد الباحث من نتائج التحليل الاحصائي 2022م

يتضح من الجدول رقم (8) ما يلي:

1/ أن جميع العبارات التي تعبر عن محور (اداء العاملين) يزيد متوسطها عن الوسط الفرضي (3) وهذه النتيجة تدل على موافقة أفراد العينة على جميع العبارات التي تقيس (اداء العاملين).

2/ أهم عبارة من عبارات محور (اداء العاملين) هي العبارة (يساعد التدريب في زيادة انتاجية العاملين) حيث بلغ متوسط إجابات أفراد العينة على العبارة (4.52) بانحراف معياري (0.70) وأهمية نسبية (90.4)%.

تليها في المرتبة الثانية العبارة (الخدمات الاجتماعية تساعد على رفع الروح المعنوية للعاملين) حيث بلغ متوسط العبارة (4.26) بانحراف معياري (0.79) وأهمية نسبية مقدارها (85.2)%.

3/ وأقل عبارة من حيث الموافقة هي العبارة (تستخدم طرق حديثة في تقويم أداء العاملين) حيث بلغ متوسط العبارة (3.02) بانحراف معياري (1.02) وأهمية نسبية (60.4)%.

4/ كما بلغ متوسط جميع العبارات (3.64) بانحراف معياري (0.96) وأهمية نسبية (72.8)% وهذا يدل على أن غالبية أفراد العينة يوافقون بدرجة عالية على جميع العبارات التي تقيس عبارات محور (اداء العاملين).

سابعاً: اختبار فروض الدراسة: يتناول الباحث مناقشة وتفسير نتائج الدراسة الميدانية وذلك من خلال المعلومات التي أسفرت عنها جداول تحليل البيانات الإحصائية وكذلك نتائج التحليل الاحصائي لاختبار الفروض . وفروض الدراسة هي:

#### الفرضية الرئيسية :

توجد علاقة ارتباطية بين مقومات الرقابة في شركات التأمين السودانية واداء العاملين وتتفرع منها الفروض الفرعية التالية:

- 1/ هنالك علاقة ارتباطية بين عملية تقويم الاداء في شركات التأمين السودانية واداء العاملين.
- 2/ هنالك علاقة ارتباطية بين تنوع الاساليب الرقابية المستخدمة في شركات التأمين السودانية واداء العاملين.

جدول (9) نتائج تحليل الانحدار للعلاقة بين (توفر مقومات الرقابة واداء العاملين)

| توفر مقومات الرقابة         | معامل الارتباط | معامل التحديد | معامل الانحدار B | اختبار (T) | المعنوية | نتيجة العلاقة |
|-----------------------------|----------------|---------------|------------------|------------|----------|---------------|
| عملية تقويم الاداء          | 0.66           | 0.44          | 0.78             | 8.35       | 0.000    | قبول          |
| الاساليب الرقابية المستخدمة | 0.55           | 0.31          | 0.69             | 6.31       | 0.000    | قبول          |

المصدر : إعداد الباحث من نتائج التحليل 2022م

يتضح من الجدول رقم (9):

1/هنالك ارتباط طردي قوي بين توفر مقومات الرقابة واداء العاملين في شركات التأمين السودانية ويتضح ذلك من خلال قيمة معامل الارتباط (R) وقيمة معامل الانحدار (B) وذلك على النحو التالي:

\*تتراوح قيمة معامل الارتباط للعلاقة بين توفر مقومات الرقابة واداء العاملين (0.55-0.73). وقيمة معامل الانحدار مابين (0.64-0.78)، وهذه القيمة الموجبة لمعامل الانحدار تدل على أن هنالك ارتباط طردي بين توفر مقومات الرقابة واداء العاملين في شركات التأمين السودانية.

2. كما تشير النتائج الواردة بالجدول رقم (13) إلى وجود تأثير للمتغير المستقل (توفر مقومات الرقابة) على المتغير التابع (اداء العاملين) حيث بلغ معامل التحديد مابين (0.31-0.54) وهذه النتيجة تدل على أن متغير (توفر مقومات الرقابة) يؤثر على اداء العاملين بشركات التأمين السودانية موضع الدراسة بنسبة تتراوح مابين (0.31-0.54).

3. كما يتضح من نتائج التحليل وجود علاقة ذات دلالة معنوية بين المتغير التابع (اداء العاملين) والمتغير المستقل (توفر مقومات الرقابة) وفقاً لاختبار (t) عند مستوى معنوية (5%) حيث بلغت قيمة (t) المحسوبة لمعامل الانحدار لمتغير مقومات الرقابة مابين (6.31-10.1) بمستوى دلالة معنوية (0.000) وهذه القيمة أقل من مستوى المعنوية 5%. مما يعنى ذلك رفض فرض العدم وقبول الفرض البديل والذي يشير إلى وجود علاقة ذات دلالة معنوية بين توفر مقومات الرقابة في شركات التأمين السودانية واداء العاملين.

مما تقدم نستنتج أن فرضية الدراسة الرئيسية والتي نصت على (توجد علاقة ارتباطية بين توفر مقومات الرقابة في شركات التأمين السودانية واداء العاملين) تم التحقق من صحتها في جميع الفروض الفرعية لعناصر الفرضية.

### خاتمة :

تتوقف سهولة أو صعوبة العملية الرقابية على الاقسام والإدارات على مدي وضوح الأعمال الموكلة لكل قسم أو إدارة، كذلك في حالة وجود الأعمال المتوازنة إدارياً كالأعمال المتشابهة التي تقوم بها أقسام متعددة في فروع مختلفة كالفروع التي تقوم بنفس النشاط في مناطق مختلفة أو الصناعة التي تكون بها وحدات إنتاجية في مناطق مختلفة حيث يسهل في هذه الحالة وضع معايير للأداء ومقارنته بالنتائج الفعلية من قسم لآخر كذلك تؤثر عمليات التداخل بين الأقسام وينبغي أن نوضح العملية الرقابية تتأثر بنوع التنظيم وحجم نشاطه وللمنظمة أن توازن في تحديد شكل التنظيم هل يبني على الوظائف الإدارية الأخرى من تخطيط وتنظيم وتوجيه واتخاذ قرارات وقيادة واتصال وتنمية وكفاءات حيث أن المنظمة تسعى لتحقيق الأهداف، وتشبه المنظمة بجسم الإنسان وإن الرقابة بمثابة الجهاز العصبي للمنظمة حيث أن ما تسفر عنه من نتائج يعتبر مؤشراً لاتخاذ قرارات قد تكون توجيهية أو علاجية في سبيل تحقيق الهدف الذي تنشده المنظمة. كما يعمل تقويم الأداء على تطوير وتحسين أداء العاملين بالمنظمة كما ويرفع من روحهم المعنوية

ويزيد من كفاءتهم باعتباره يضع أساساً مقبولاً لتقييم القدرات والكفاءات، بالإضافة إلى أنه يعمل على تحسين عملية توزيع الاختصاصات المختلفة للوظائف وينسق بين مجهوداتها المتعددة وفي عملية التقييم تتم المقارنة بين الأداء الفعلي والأداء المخطط؛ من أجل معرفة مدى قربه أو بعده عن المعايير التي تم تحديدها مسبقاً، ومن ثم اتخاذ الإجراءات التصحيحية المناسبة لعلاج الانحراف إن وجد.

### ثامناً: النتائج:

في ضوء التحليل الذي تمّ إجرائه على بيانات الدراسة الميدانية واختبار الفرضيات توصلت الدراسة إلى مجموعة من النتائج يمكن إيجازها في الآتي:

1. تتوفر لدى شركات التأمين مقومات الرقابة بمستوى جيد، يؤثر إيجاباً على أداء العاملين.
2. كما أن عملية تقويم الأداء تتم بطريقة سليمة، حيث يتم تحديد معايير رقابية موضوعية لمتابعة الأداء، كما تساهم تقارير الأداء بشقيها الوصفي والكمي في تطوير أداء العاملين .
3. تنوع الأساليب الرقابية المستخدمة، الخطط، التقارير، الموازنات، الملاحظة، الإشراف الإداري وصناديق الشكاوي يساعد على الوقوف على مواضع الخلل واتخاذ الاجراءات التصحيحية على أداء العاملين.
4. ومن الأسباب التي أدت إلى هذه النتائج الايجابية، عملية اختيار العينة، حيث تم اختيار عينة قصدية تمثلت في الوظائف التي تقوم بدور الرقابة على أداء العاملين، ويتمتع الطاقم الإداري بمستوى علمي عال.

### تاسعاً: التوصيات:

- إعتماداً على نتائج الدراسة التي تمّ إستخلاصها من عملية التحليل الإحصائي للبيانات وإختبار الفرضيات خلّصت الدراسة إلى التوصيات التالية:
1. إن توفر مستوى جيد لمقومات الرقابة اليوم لا يعني أن تلك المقومات ستكون مناسبة في المستقبل، لذلك لابد من التحديث والتطوير المستمر للنظم الرقابية المستخدمة، وأساليب التطوير للمؤسسة والعاملين فيها، كذلك لابد من التحديث المستمر في الوسائل والأساليب الرقابية المستخدمة وفق ما تتطلبه طبيعة العمل، وقد يتطلب الأمر الاستفادة من التطور التكنولوجي والمعلوماتي في العالم من أجل تطوير الرقابة للمؤسسات .
  2. العمل على استحداث طرق ووسائل لتقويم أداء العاملين تتناسب مع الخطط والاهداف الموضوعية للمؤسسة .
  3. الاهتمام بتطوير التقارير الرقابية حيث أن تقرير الرقابة هو الناتج النهائي للعمل الرقابي؛ ولكي يسهل عملية الرقابة والمقارنة في مراحل مختلفة.
  4. تعزيز مفهوم الرقابة الذاتية، وذلك للمحافظة على رسالة شركات التأمين المجتمعية، وهذا يتعزز من خلال ممارسة التخطيط الهادف، وإشراك الموظفين في إعداد الخطط.

## الهوامش:

- (1) عبدالغني بسيوني , اصول علم الادارة العامة ( القاهرة: دار الفكر العربي 1987 ) ص 346 .
- (2) ابن منظور, لسان العرب ( بيروت: مكتبة لبنان د . ت ) ص699 .
- (3) رواه البخاري .
- (4) رواه الترمزي .
- (5) احمد شوقي محمود مبادئ الادارة العامة (الخرطوم: مكتبة النو،1991م) ص 165.
- (6) المجلة العربية للادارة .المجلد الثامن والعشرون ، العدد الثاني (القاهرة:المنظمة العربية للتنمية الادارية 2008م).ص 120.
- (7) عمر خليل , الوجيز في ميادين الادارة (عمان:دار زهران للطباعة والنشر 1991 م) ص 6.
- (8) المرجع السابق. ص 562.
- (9) علي عباس ، الرقابة الادارية على المال والاعمال في الشركات المساهمة (عمان:دارجامعة الزرقاء 1995م) ص14.
- (10) عبدالعزيزعبدالرحيم سليمان وزكي مكي اسماعيل نظم الرقابة الادارية ،مرجع سابق ص 51.
- (11) المرجع السابق ،ص 15،
- (12) المرجع السابق ،ص 13.
- (13) النمر وآخرون .الادارة العامة والاسس والوظائف الطبعة الثالثة . (الرياض: مطابع الفرزدق التجارية1994م ) ص 303 .
- (14) هيرمان اقيونس إدارة الأداء: ترجمة سامح عبدالمنظلب عامر ، دار الفكر ، (عمان : 2011م ) ص 112 .
- (15) عبد الكريم درويش، وليلي تكلا أصول الإدارة العامة القاهرة، مكتبة الأنجلو المصرية، 1980، ص280
- (16) مجلة البحوث التجارية، كلية التجارة، جامعة الزقازيق، (المجلد الثاني والعشرون:العددالثاني،الجزء الثاني يوليو 2000م) ص 72
- (17) محي الدين الازهري، الادارة من وجهة نظر سلوكية، (القاهرة: دار الفكر العربي،1979م)،ص 238.
- (18) المرجع السابق، ص 199.
- (19) مدني عبدالقادرعلاقي , ادارة الموارد البشرية , مرجع سبق ذكره ص314.
- (20).شركة شيكان للتأمين واعادة التأمين،(التقرير السنوي 2012م).

## المصادر المراجع:

### القرآن الكريم

- (1) عبدالغني بسيوني , اصول علم الادارة العامة ( القاهرة: دار الفكر العربي 1987 ).
- (2) ابن منظور, لسان العرب ( بيروت: مكتبة لبنان د . ت ).
- (3) منير البعلبكي :المورد قاموس عربي انجليزي ( بيروت: دار العلم للملايين 1997م ).
- (4) يس حميدة ابراهيم الرقابة الادارية في السودان نحو منهج اسلامي (الخرطوم:شركة مطابع السودان للعملة 2005).
- (5) احمد شوقي محمود مبادئ الادارة العامة (الخرطوم: مكتبة النو،1991م) ص 165.
- (6) فؤاد العطار . القضاء الاداري (د.م.د.ت 1997م).
- (7) المجلة العربية للادارة .المجلد الثامن والعشرون ، العدد الثاني (القاهرة:المنظمة العربية للتنمية الادارية 2008م).
- (8) عمر خليل،الوجيز في ميادين الادارة (عمان:دار زهران للطباعة والنشر 1991 م ) .
- (9) علي عباس ، الرقابة الادارية على المال والاعمال في الشركات المساهمة (عمان:دارجامعة الزرقاء 1995م).
- (10) عبدالعزيز عبدالرحيم سليمان وزكي مكي اسماعيل نظم الرقابة الادارية ،منشورات جامعة السودان المفتوحة الطبعة الاولى (الخرطوم:دار جامعة السودان المفتوحة للنشر) 2007م.
- (11) محمد فريد الصحن ،سعيد محمد، إدارة الأعمال،(الإسكندرية:الدارالجامعية للنشر، 1998م).
- (12) سيد محمد جاد الرب،تنظيم وإدارة منظمات الأعمال،منهج متكامل في إطار الفكر الإداري الت قليديوالمعاصر،(الإسماعيلية:مطبعةالعشري2005م).
- (13) سعود النمر وآخرون .الادارة العامة والاسس والوظائف الطبعة الثالثة . (الرياض: مطابع الفرزدق التجارية1994م ) .
- (14) هيرمان اقيونس إدارة الأداء: ترجمة سامح عبدالمنظلم عامر ، دار الفكر ، (عمان : 2011م ).
- (15) عبد الكريم درويش، ولبلي تكلأ أصول الإدارة العامة القاهرة، مكتبة الأنجلو المصرية، 1980.
- (16) مجلة البحوث التجارية ،كلية التجارة ،جامعة الزقازيق ،(المجلد الثاني والعشرون: العدد الثاني،الجزء الثاني يوليو 2000 م ).
- (17) محي الدين الازهري ،الادارة من وجهة نظر سلوكية ،(القاهرة: دار الفكر العربي،1979م).
- (18) أثر القيم التنظيمية على الأداء الكلي [www.univ-bouira.dz](http://www.univ-bouira.dz)

(19) عز عبدالفتاح، مقدمة في الإحصاء الوصفي والاستدلالي باستخدام SPSS، القاهرة: دار النهضة العربية، 1981م.

(20) Gary Dessler, Human Resource Management, (Essex, England: Person Edacation Limited, 2013) P131-132.

# Classification of Parkinson's disease using machine learning algorithms: a comparative study

**Dr.Mohamed Mamoun Abdulerahim**

Faculty of computer and technology, Alzaiem Alazhari University

**Dr.Ashraf Osman Ibrahim**

Faculty of computer and technology, Alzaiem Alazhari University

## **Abstract.**

This study aims to diagnose Parkinson's disease using machine learning, five different classification techniques were applied to dataset obtained from UCI Machine Learning Repository. We conducted five experiments, using tow class perceptron, tow class decicion forest , tow class boosted decicion tree , tow class support vector machine and tow class decicion Jungle, The boosted decicion tree technique achieved the best results, as the classification accuracy was 89.7 While the perceptron ranked last with the worst result with 75.9 accuracy The paper also discussed the reasons for the superiority of algorithms over others, at the end of the project, we created a web page and it was linked to the classification model so that the data could be entered and the diagnosis would be made directly.

General Terms :**Parkinson Disease**,Artificial Neural Networks,**DecicionForest** , **Boosted DecicionTree**, Support Vector Machine .

**Keywords:** Parkinson's disease diagnosis,Dataminig, Ensemble methods.

## تشخيص مرض الشلل الرعاشي باستخدام خوارزميات تعلم الآلة : دراسة مقارنة

د. محمد مامون عبدالرحيم - كلية علوم الحاسوب وتقانة المعلومات - جامعة الزعيم الأزهرى  
د.أشرف عثمان إبراهيم - كلية علوم الحاسوب وتقانة المعلومات - جامعة الزعيم الأزهرى

المستخلص:

هدفت هذه الدراسة إلى تشخيص مرض الشلل الرعاشي (باركنسون) باستخدام خوارزميات تعلم الآلة، حيث يعتبر المرض من الأمراض المعقدة والتي يصعب تشخيصها في المراحل الأولى، حيث تم تطبيق خمس خوارزميات تصنيف مختلفة على مجموعة البيانات التي تم الحصول عليها من UCI Machine Learning Repository، وأجرينا خمس تجارب، حيث قمنا باستخدام الشبكات العصبية، وشجرة القرار، وشجرة القرار المعززة، وآلة المتجهات الداعمة غابة القرار، حققت خوارزمية شجرة القرار المعززة أفضل النتائج، حيث كانت دقة التصنيف 89.7 بينما احتلت الشبكة العصبية المرتبة الأخيرة مع أسوأ نتيجة بدقة 75.9.

الكلمات المفتاحية: مرض الشلل الرعاشي، الشبكات العصبية الاصطناعية، مجموعة القرار، شجرة القرار المعزز، آلة المتجهات الداعم.

### 1.Introduction

Parkinson's disease is a progressive disorder that affects the nervous system and affects movement. Symptoms begin gradually, sometimes with tremors that may not be noticed in one hand, and then worsen over time. Although tremors are common, the disorder causes stiffness and slows down, To this day, there is no cure for the late stages of the disease, but it is easier to control the symptoms in its early stages if it diagnosed early, Therefore, there is an urgent need to discover and diagnose this disease in its early stages, as it is mysterious and invisible, The computer made a very big breakthrough in the field of diagnosing complex diseases)1(, In recent decades, machine learning has made a fundamental shift in diagnosing diseases in general, and complex and mysterious diseases in particular, As there are a large number of academic and non-academic centers and institutions collected huge patient data and this data was made freely available to researchers, With the development day after day, the computer, along with various other sciences, such as applied mathematics and data mining contributed to the diagnosis of a very large number of complex diseases such as Parkinson's disease, Alzheimer's disease And cancer,

Where researchers have developed a number of techniques and methods to diagnose problems in general and are used by doctors with technical support from computer expert.

The main contributions of this study are as follows We used three optimized methods against two traditional methods without any improvement. The experiment demonstrated the superiority of the improved methods in classifying a complex disease such as Parkinson compared to the unimproved methods. We also created a web page to enter the disease data and the case will be diagnosed immediately.

This paper organized as follow: In Section 1, introduction and related , Material and methods is explained in Section 2, the experimental design is described in detail and The experimental results and a discussion are presented in Section 3. Finally, Section 4 concludes the paper.

## 2.Related Works

In the last few decades, the research about algorithms enhancement has been increased extremely specially with algorithms that make classification in the medical filed because the great need for accurate results. Here we will survey a related works in Parkinson Disease classification using different AI Techniques.

In (2) this work Dr. R. Geetha Ramani and G. Sivagami made a survey of dataming techniques to classify Parkinson Disease. This study was a comparative study to classify healthy and people with Parkinson Disease, they applied the feature relevance on the training dataset and they used Various Feature selection algorithm , the classification algorithm is used as a black box to find the best subset of attributes. They got the dataset for the disease from UCI , The training dataset comprises of 197 instances with 22 characteristic features. Thet compared between following algorithms : Binary Logistic Regression , ID3, C4.5, Classification and regression Tree, K- Nearest Neighbor , Random Tree (Rnd Tree) , Partial Least Square Regression and Support Vector Machine. The main goal was to know the algorithm with highest accuracy . after

perform the experiment . we found that The Random Tree Algorithm classifies the Parkinson Disease dataset accurately and provides the 100% with zero error rate. In )3(AnchanaKhemphila and Veera Boonjing used the Multi-Layer Perceptron (MLP) with-Back-Propagation learning algorithm and the feature selection algorithm to classify the presence of Parkinson disease ,the also took dataset from the University of California at Irvine (UCI) machine learning repository . In this study, the number of attributes has been reduced from 22 to 16 attributes , they used Weka tool v3.6.6 , the problem was the inputs are continuous real numbers ,they solve that by partitioning the range of values into a finite number of subsets , they removed unnecessary features by using use Information gain filter which do not need to take from patients , this study show that feature selection contribute to increase efficiency of computation and classification accuracy and simplify the complexity by reduce data. Firstly they used ANN without information gain based on feature selection function , in this case accuracy was 80.769% , after using information gain based on feature selection function the accuracy increased up to 83% , so we deduct that using information gain based on feature selection function with ANN contribute to enhance the classification process ,In )4(K. Witt, A. Nühsman and G. Deuschl worked on the advanced Parkinson Disease by Intact artificial grammar learning this case study was conducted on patients with cerebellar degeneration and advanced Parkinson's disease , 21 Parkinson's disease (9 women and 12 men) , 10 patients with cerebellar degeneration (CD) and 15 control subjects were tested on artificial grammar learning , The mean age of PD patients was 58.3 years , in the time of experimentation all patients were stable obtaining anti-parkinsonian medication . The artificial grammar learning test originally described as a paper-and-pencil test was used in a computer adopted version , In the training phase of the artificial grammar learning task , controls were able to repeat 96.67% of the letter strings in the correct order , The mean for CD patients is 58.39%(S.E.M.: 2.44%); the

mean for all PD patients is 61.48% . this experimentation show that patients with cerebellar degeneration were less successful in reproducing the letter strings during the training phase of the task While patients with Parkinson's were doing their best in this experiment .in )5( they tried to discriminate PD subjects from healthy and test the accuracy of novel algorithms , those algorithms applied on speech signals as data set. These data was received from The National Center for Voice and Speech (NCVS) , dataset consist of 43 samples (17 females and 26 males , 10 healthy controls and 33 PWP) , persons in this case study had age range of 46 to 72 years. signal to noise ratio (SNR) was used to estimate measures quantifies noise . they used four feature selection algorithms to make dysphonia measures , those four feature selection applied with statistical classifier like random forests and support vector machines to map these feature subsets to a binary classification. this study aimed to analyze the speech signals ,also compute jitter and shimmer of features , The motivation for these features is that the vocal fold vibration pattern is periodic pattern is considerably disturbed in pathological cases whereas nearly periodic in healthy voices, in this study the proposed dysphonia measures which have not been previously used in this application (as auther said) , all the dysphonia measures in this study were computed anew using the algorithms described in "Nonlinear speech analysis algorithms mapped to a standard metric achieve clinically useful quantification of average Parkinson"s disease symptom severity" , they used used nonlinear SVMs for mapping features to the response , with the best results reporting approximately 93% classification accuracy on a subset of 22 features and they Proved that they can achieve almost 99% accuracy using 10 dysphonia measures .in )6( this paper compared different types of classification methods for for effective diagnosis of Parkinson disease , Where they were looking for the most effective way to diagnose this serious disease and distinguish the healthy people from the affected , they were applied four classification methods for this purpose, These methods are

respectively Neural Networks, DMneural, Regression and Decision Tree , they used SAS Enterprise programe to conduct data pre-processing and they used SAS Enterprise Miner 5.2 program to analyze and recognize the PD by combining several classification methods with model comparison node , the PD database composed of 23 columns and 197 rows , The data is in ASCII CSV format, The dataset was divided into two categories training dataset and testing dataset , They did not specify the source of the evidence (dataset) in this paper, This Experiment shows that The backpropagation learning algorithm has been used in the feed-forward, single hidden layer neural network with 10 nerounintial weights were randomly selected , after conduct the Experiment we see that neural network is best classifier its obtained higher classification score and gained 92.9 classification accuracy while Regression gained 88.6 classification accuracy and DMNeural classifier and Decision tree classifier gained 84.3 classification accuracy. In )7( Hui-Ling Chen , Chang-Cheng Huang and Su-Jing Wang have established an effective diagnostic system for Parkinson's disease , they used fuzzyk-nearest neighbor approach (FKNN) for detection of this dangerous dieses , But before that they compared (FKNN) with support vector machines (SVM) based approaches , the aim of this study was to improve accuracy for detection of Parkinson's disease So it can be said that it is a comparative study before everything , the PD data set was taken from from UCI machine learning repository , the data set is a results of various medical tests carried out on a patient and composed of a range of biomedical voice measurements from 31 people, 23 with PD thos people have ages ranged from 46 to 85 years , the data set had no missing values , The proposed diagnosis system work in tow stages ,in the first stage they used PCA approach to Exclude the redundant features and thus enhance further the classification performance , in the second stage they run the FKN- Nmodel wich start training on the training set , finally the optimal FKNN model Will be used to conduct the classification task ,

This model can simply be summarized as follows , parkinson data set is normalized by scaling to range 0 and 1 then they conduct the features reductions to reduce feature space after that the divided the data set into training data set and test data set( each time one of the 10 subsets is used as the test set and the remaining 9 subsets are used as a training set) using 10-fold cross validation to find the optimal parameter combination (k,m) that making up the FKNN model , the 10-fold CV was used to evaluate the classification accuracy, After the experiment a comparison was made between FKNN model and prominent support vector machine (SVM) classifier In order to validate the superiority of the proposed FKNN-based diagnosis system , FKNN classifier was implemented on an Intel Quad-Core Xeon 2.0 GHz CPU using MATLAB language under Windows Server 2003 environment , The comparison result was in favor of proposed FKNN-based diagnosis system wich gaind best classification accuracy 96.07% while SVM classifier gaind accuracy 93.47 , This experiment also compared the result with a number of methods in previous studies , for example Parallel NN gaind accuracy 91.20 , Gravitational search algorithm + OPF gained accuracy 84.01 , Particle swarm optimization + OPF gained accuracy 73.53 , Fuzzy entropy measures + similarity gained accuracy 85.03 , ANN gained accuracy 92 , Improved mRVMS gained accuracy 89.47 , Pre-selection filter + Exhaustive search + SVM gained accuracy 91.4 and Dirichlet process mixtures gaind accuracy 87.7.

### 3. Material and methods

#### 2.1 Parkinson Disease

Since the case study in this research is the diagnosis of Parkinson's disease, so we will briefly review some information about the disease , Most of us at one time or another have noticed our hands tremble when we are holding a drink, or our teeth chatter when it is very cold out, Sometimes though a small tremor is one of the first signs of Parkinson's disease. Parkinson's disease is a

chronic, progressive, movement disorder that affects muscle control and balance. These symptoms gradually worsen over time, and generally other secondary symptoms start to occur, Parkinson's disease is caused by a gradual deterioration in the function of nerve cells, or neurons, located in a specific area of your brain. Your brain contains millions of neurons, which process and transmit information. It receives information via neurons from all parts of your body, processes it, and then sends out instructions to other parts of your body to produce specific actions. The information travels along neurons as electrical impulses. When a nerve impulse reaches the junction between two neurons, a chemical neurotransmitter is released that stimulates the impulse in the next neuron so that it continues on to its destination. The primary symptoms of Parkinson's are related to movement, and vary from one person to the next. Sometimes at the onset of Parkinson's, you may not even be aware that you have any symptoms. Gradually though, and usually over a period of years, symptoms do become noticeable, and are often of three distinct types: tremors, bradykinesia and rigidity)8(, Parkinson's disease can be diagnosed in many ways, One of these ways is Vocal Tests through sounds which may be letters (sustained vowels) or words or even sentences Which is common or by testing the movement of walking through sensors placed in a certain way in the feet and then recorded this observation data as happened in one of the papers discussed in the previous chapter, Or by brain images which are filmed by CT scan radiation but what is rare is treated with this type of data because it is inaccurate.

## 2.2 Artificial Neural Network

Artificial neural network (AAN) is a model that simulates the natural neural network, which takes the same principle of work, it is a complex mathematical algorithm rather not subject to fixed laws, As is well known the human brain can be described as a biological neural network, Brain consists of a dense tangled group of neurons. Each nerve cell, called a neuron. the human brain consist

of 10 million neurons and 60 trillion complexity of an engagement point (nervous) to each other. Since the biological neural network consists of the cell body (soma), Dendrites (inputs), axon (outputs) and synapses. Soma collects the signals which receives from Dendrites. Dendrites are sensors that receives signals from another nervous cells, these signals will be sent via Axon through synapses. Synapses is a point that connects axon to the rest of the neurons Artificial neural network is a simulation of real neural network, we can say it's a program that processes data like (a part of) the nervous system. Its learns from examples like the brain, this process of learning called "training". Where the network is training and each time the weights are adjusted until reaching the optimal solution. Simply neuron receives many signals as inputs and then doing some processors and then automatically send the signals that have been processed to the next neuron as outputs. These outputs are or may be the ultimate solution, to calculate the output neuron, it uses a function called activation functions. These functions are sign function, step function, sigmoid function and linear function[9].

### 2.3 Decision Forest algorithm

Random Decision Forests is a learning method used for Classification and regression tasks , this algorithm works on building many decision trees During the training process, the prediction process is improved as each decision tree performs the prediction process based on the given historical data , a large number of trees are being created to form the tree forest and tree predictions are combined, this algorithm is usually used for economic forecasts as well as forecasting weather conditions and forecasting bank profits and losses , The idea of creating a decision tree is very simple. Let's explain an example of how to create a single decision tree , Imagine that we have a set of data that we want to separate based on its characteristics. For example 110000 , if we have the following statement and we want to specify the red color that is underlined

by a line , The tree will be as follows :

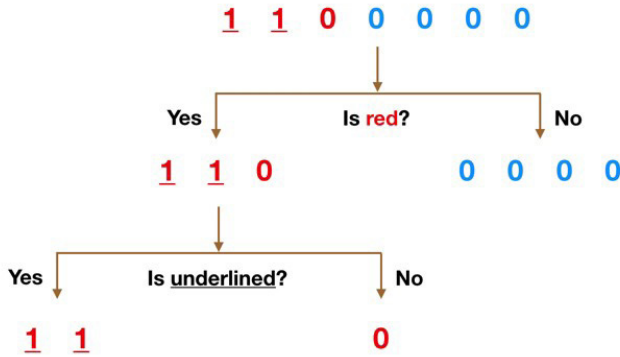


Fig 1:Simple Decision Tree Example

As shown in the picture above, the data will first be isolated based on the red color, so the red color was placed in the left branch and the blue color in the right branch. In the next step, the isolation was done by the characteristic of the line under the letter, so the data underneath the line in a branch and the other in another branch simply became This simple tree is able to isolate data according to these two characteristics,decision Forest algorithm operate as an ensemble (“use multiple learning algorithms to obtain better predictive performance than could be obtained from any of the constituent learning algorithms alone”))11()10(.

## 2.4 Boosted Decision Tree

A decision tree takes a set of input features and splits input data recursively based on those features , The data is split based on a value of one of the input features at each node (interior nodes) and evry node has Terminal nodes called (Leaves),Trees can be built with branches splitting into many sub-branches, The upgrade process (Boosting) is a method of combining weak trees into a powerful and stable classifier by combining many learners with fixed error rate, with the goal of improving the prediction process , There are many different ways of iteratively adding learners to minimize a loss function such as AdaBoost , Gradient Boosting and XGBoost, the accuracy of the algorithm is improved by fitting

the previous trees But that might be ahead to less coverage risk , The idea of the algorithm can be summarized in the following steps :

Step 1 : Train classifier C1 on N events

Step 2 : Train C2 on new N-sample, half of which misclassified by C1

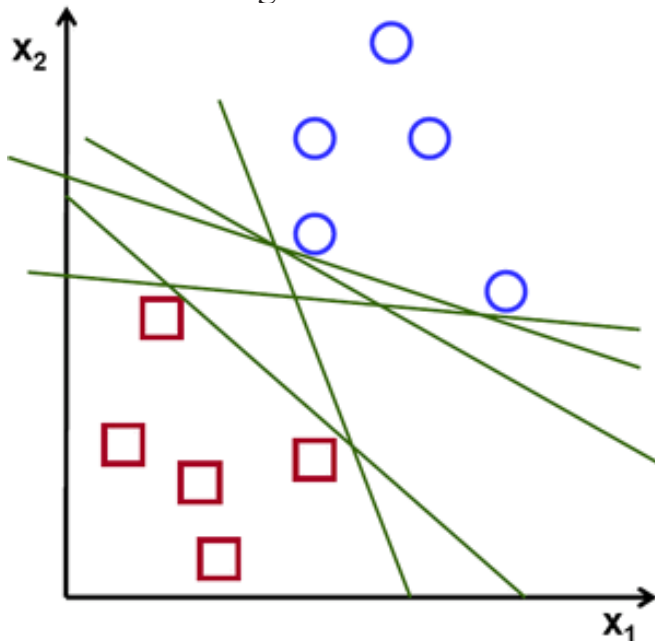
Step 3 : Build C3 on events where C1 and C2 disagree

Step 4 : Boosted classifier: MajorityVote (C1,C2,C3).

Boosting Decision Tree is also type of ensemble method, It should be noted that the Boosting process differs from “Bagging “ , it used when our goal is to reduce the variance of a decision tree by creating several subsets of data from training sample chosen randomly with replacemen .)13)(12(

## 2.5 Binary support vector machine

SVM is a linear algorithm that separates or isolates two types of data through a line at a level(Decicion line) and performs classification by finding the hyperplane that maximizes the margin between the two classes See figure no 2 :



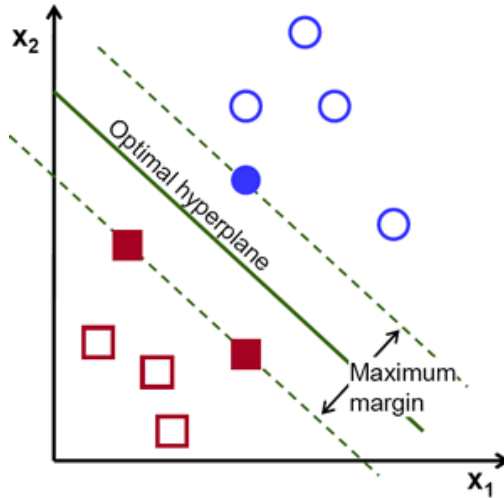


Fig 2: Possible hyperplanes

The algorithm looks for a line that gives biggest value to the margin with maximum distance between data points of both classes , The higher the margin distance, the greater the confidence in separating future data , hyperplanes ideally deals with two types of data (two class) and it draws a line and cannot deal with a third type of data, svm performs classification , regression and clustering tasks ,Svm algorithm can be described in the following steps :

1. Define an optimal hyperplane (maximize margin)
2. Extend the above definition for non-linearly separable problems.
3. Map data to high dimensional space where it is easier to classify with linear decision surfaces.

“ However, there are situations where a nonlinear region can separate the groups more efficiently SVM handles this by using a kernel function (nonlinear) to map the data into a different space where a hyperplane (linear) cannot be used to do the separation “ )15)(14).

## 2.6 Decision Jungle

Decision Jungle Algorithm is a development of Decision Forest algorithm or recent extension to decision forests ,It can be said

in a nutshell its Basically a faster, lower memory decision tree , as there are some limitations in Decision Forest algorithm that the number of nodes will increase exponentially with depthBecause memory is a limited resource, the rapid growth of trees limits its depthand that definitely affects accuracy , Unlike traditional decision trees that allow only one path per node, the decision Jungle outgrow this limitation by allowing multiple paths from the root to each leaf , decision jungle consists of an ensemble of decision directed acyclic graphs (DAGs), during training the node is split and the node is merged by reducing the same objective function and require less memory while considerably improving generalization , Although this is at the expense of training time, by allowing tree branches to merge, this leads to better generalization performance than a decision tree, This improved algorithm is more used with multi-class classification.

## 2.7Dataset Description

The dataset was created by Max Little of the University of Oxford)16(, in collaboration with the National Centre for Voice and Speech, Denver, Colorado, who recorded the speech signals. The original study published the feature extraction methods for general voice disorders. This dataset is composed of a range of biomedical voice measurements from 31 people, 23 with Parkinson's disease (PD). Each column in the table is a particular voice measure, and each row corresponds one of 195 voice recording from these individuals ("name" column). The main aim of the data is to discriminate healthy people from those with PD, according to "status" column which is set to 0 for healthy and 1 for PD. The data is in ASCII CSV format. The rows of the CSV file contain an instance corresponding to one voice recording. There are around six recordings per patient, the name of the patient is identified in the first column, The following table shows the attributes)18( , see table no 1

| Attribute   | Description   |
|---|---|
| Name  | ASCII subject name and recording number   |
| MDVP  | Fo(Hz) - Average vocal fundamental frequency  |
| (MDVP:Fhi(Hz  | Maximum vocal fundamental frequency   |
| (MDVP:Flo(Hz  | Flo(Hz) - Minimum vocal fundamental frequency   |
| MDVP Jitter(%),MDVP:Jitter(Abs),MDVP:RAP,MDVP:P-PQ,Jitter:DDP | Several measures of variation in fundamental frequency  |
| MDVP  | Shimmer,MDVP:Shimmer(d-B),Shimmer:APQ3,Shimmer:APQ5,MDVP:APQ,Shimmer:DDA - Several measures of variation in amplitude |
| NHR,HNR   | Two measures of ratio of noise to tonal components in the voice   |
| status  | Health status of the subject (one) - Parkinson's, (zero) – healthy  |
| RPDE,D2   | Two nonlinear dynamical complexity measures   |
| DFA   | Signal fractal scaling exponent   |
| spread1,spread2,PPE   | Three nonlinear measures of fundamental frequency variation   |

Table 1: Attribute information

#### 4.Classification Model

The classification model reads Parkinson's disease dataset wick described in the previous paragraph, The next step normalizes the data to eliminate data distortions and make them balanced,Then the model divides the data into training data by 80%, and this is common, and test data by 20% , Then the training process is conducted according to the chosen classifier with the train model , after the training process is over, the success of the process is tested using test data using a Score Model , Finally, the results of the training and testing process are summarized using the evaluation model , See figure no 3.

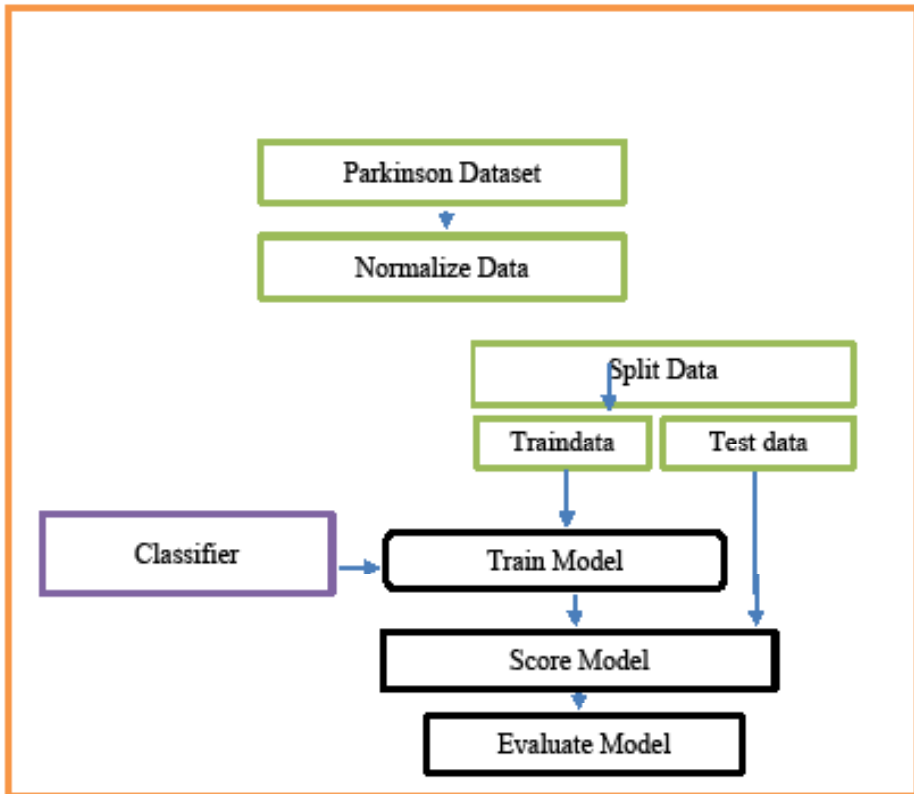


Fig3 :classification Model

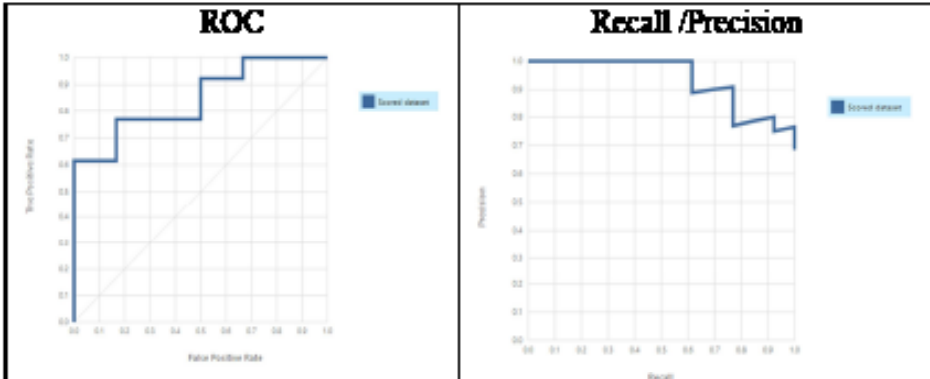
#### 3.1 Results & Discussion

In this paragraph, we will explain the results of carrying out the experiment above using the five methods of the paper using Microsoft Azure Machine Learning Studio, where the results were

as follows:

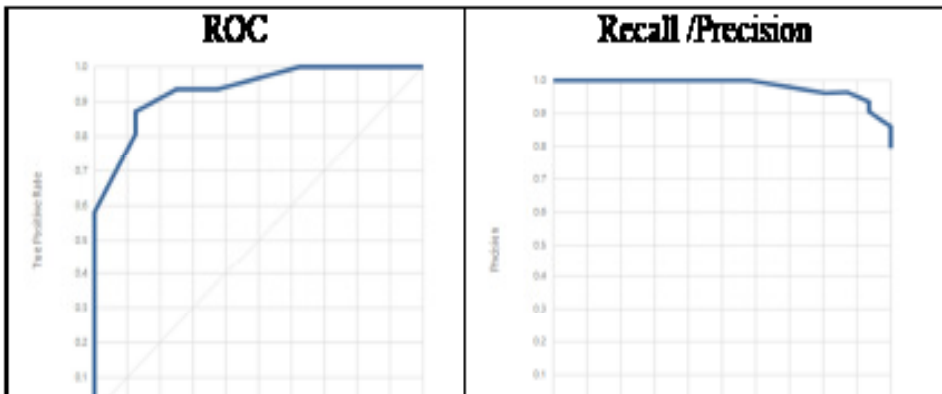
1. Tow-class perceptron :

|               |                |               |                |
|---------------|----------------|---------------|----------------|
| True positive | False positive | True negative | False negative |
| 32            | 4              | 10            | 12             |
| Accuracy      | Precision      | Recall        | F1 score       |
| 0.759         | 0.889          | 0.762         | 0.821          |



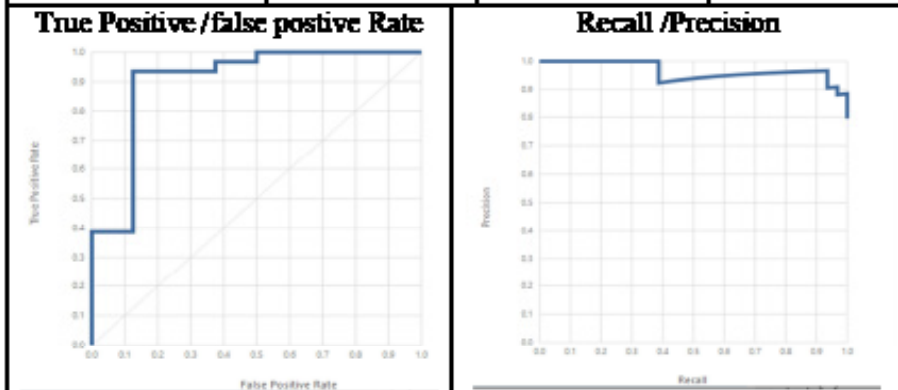
2. Tow-class decision forest

|               |                |               |                |
|---------------|----------------|---------------|----------------|
| True positive | False positive | True negative | False negative |
| 31            | 6              | 0             | 2              |
| Accuracy      | Precision      | Recall        | F1 score       |
| 0.846         | 0.838          | 1.000         | 0.912          |



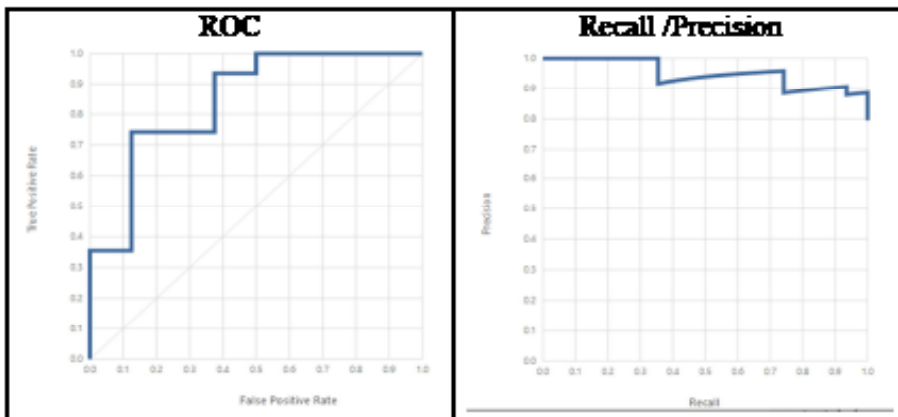
### 3. low-class boosted decision tree

|               |                |               |                |
|---------------|----------------|---------------|----------------|
| True positive | False positive | True negative | False negative |
| 29            | 2              | 6             | 2              |
| Accuracy      | Precision      | Recall        | F1 score       |
| 0.897         | 0.935          | 0.935         | 0.935          |



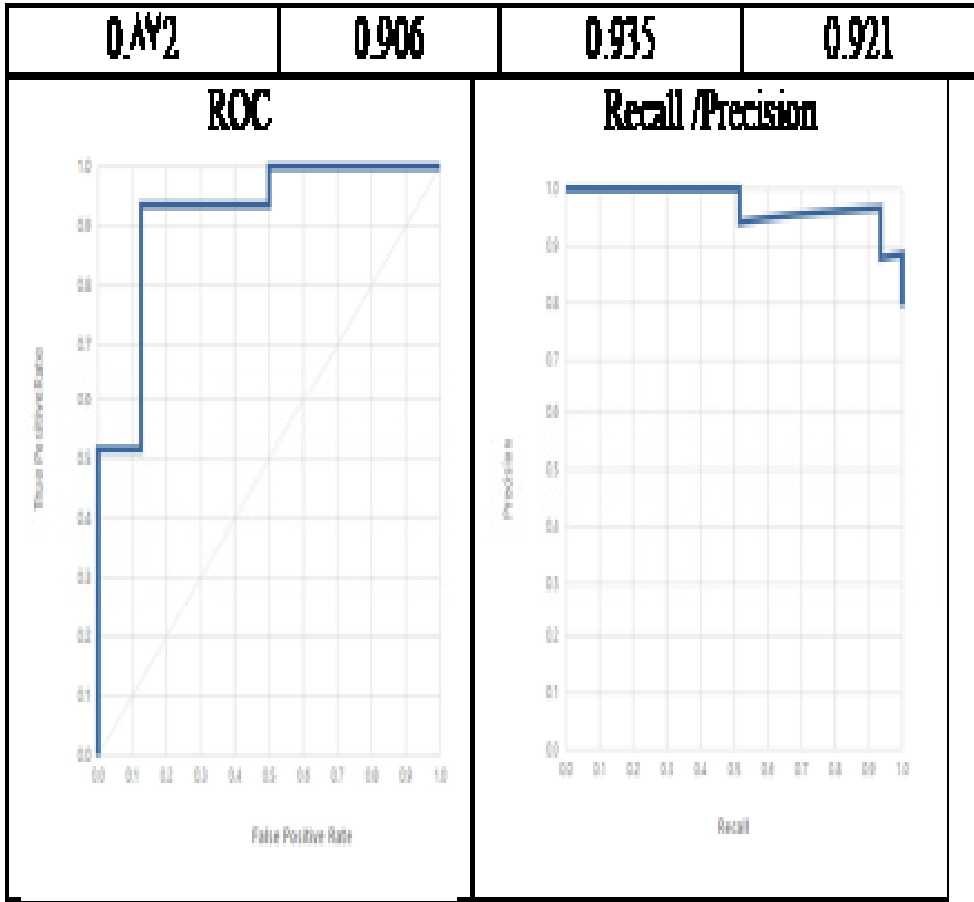
### 4. support vector machine

|               |                |               |                |
|---------------|----------------|---------------|----------------|
| True positive | False positive | True negative | False negative |
| 27            | 3              | 5             | 4              |
| Accuracy      | Precision      | Recall        | F1 score       |
| 0.821         | 0.900          | 0.871         | 0.885          |



### 5. low-class decision Jungle

|               |                |               |                |
|---------------|----------------|---------------|----------------|
| True positive | False positive | True negative | False negative |
| 29            | 3              | 5             | 2              |
| Accuracy      | Precision      | Recall        | F1 score       |



Through the five experiments, we notice the superiority of boosted decision tree algorithm, as it achieved the highest classification accuracy, reaching approximately 90%, decision tree algorithm ranked second. Strictly very good classification accuracy reached 87%, decision forest algorithm ranked third with classification accuracy not relatively bad reached 84.6% while support vectors machine ranked fourth with Not good classification accuracy compared to the first three reached 82%, Finally The Perceptron Neural Network achieved the worst score with classification accuracy reached 76% as the worst result score among the five methods.

### 3.2 Web service :

A web service has been created and linked to the classification model , the patient will enter the data and get immediate results see figure no 4.

Fig 4: web service snapshot

### 4 Conclusion and future work

It is noted through the results above that the superiority of the improved algorithms and this is very normal thing and expected, Whereas, the decision forest algorithm is an improvement and development of the regular decision tree , Likewise the decision jungle algorithm is a development of the decision forest algorithm, so it result was better than decision forest , also the improved decision tree was the best result because it came after a series of improvements and uses Ensemble While both support vectors machine and Perceptron achieved unsatisfactory results Because they were used without an optimized model, Therefore, we find that the researchers have done studies to develop the work of perceptron by obtaining the best values for the structure of the neural network by obtaining the hyperparameter, which is obtained by hybridizing some algorithms with each other

## References

- (1) <https://www.khanacademy.org/science/health-and-medicine/nervous-system-diseases/parkinsons-disease/a/what-is-parkinsons-disease> , [9/12/2019 ,04: 19 PM ].
- (2) Dr. R. Geetha Ramani, G. Sivagami, "Parkinson Disease Classification using Data Mining Algorithms". Volume 32–No.9, October 2011.
- (3) Anchana Khemphila and Veera Boonjing , "Parkinsons Disease Classification using Neural Network and Feature selection " , World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Mathematical, Computational, Physical, Electrical and Computer Engineering Vol:6, No:4, 2012.
- (4) K. Witt, A. Nühsman, G. Deuschl , "Intact artificial grammar learning in patients with cerebellar degeneration and advanced Parkinson's disease " , Neuropsychologia 40 (2002) 1534–1540.
- (5) Athanasios Tsanas\* , Max A. Little, Patrick E. McSharry, Senior Member, IEEE, Jennifer Spielman, Lorraine O. Ramig , "Novel speech signal processing algorithms for high-accuracy classification of Parkinson's disease " , TBME-00887-2011.R1.
- (6) (Resul Das , Department of Informatics, Firat University, 23119 Elazig, Turkey, "comparison of multiple classification methods for diagnosis of Parkinson disease " , Expert Systems with Applications 37 (2010) 1568–1572.
- (7) Hui-Ling Chen a, Chang-Cheng Huang a, Xin-Gang Yu b, Xin

- Xu c, Xin Sun d, Gang Wangd, Su-Jing Wang d , “An efficient diagnosis system for detection of Parkinson’s disease using fuzzy k-nearest neighbor approach”,Expert Systems with Applications 40 (2013) 263–271.
- (8) <https://www.khanacademy.org/science/health-and-medicine/nervous-system-diseases/parkinsons-disease/a/what-is-parkinsons-disease> ,[28/10/2019 , 8:21 PM ] .
- (9)(21) <https://towardsdatascience.com/understanding-neural-networks-19020b758230> ,[16/9/2019 ,3: 19 PM ] .
- (10) <https://towardsdatascience.com/understanding-random-forest-58381e0602d2>, [11/12/2019 ,7: 13 PM ] .
- (11) L. Breiman, “Random forests”,Machine Learning, 45 (1), 5–32, 2013
- (12) Y. Freund, “Boosting a weak learning algorithm majority”,Information and computation. 121(2):256–285, 1995.
- (13) <https://www.quora.com/What-are-boosted-decision-trees> , [6/12/2019 ,8: 22 PM ] .
- (14) <https://www.geeksforgeeks.org/classifying-data-using-support-vector-machines-svm-in-python/> , [6/12/2019 ,10: 14 PM ] .
- (15) <https://www.analyticsvidhya.com/blog/201709//understaing-support-vector-machine-example-code/> , [7/12/2019 ,8: 16 PM ] .
- (16) [http://primo.ai/index.php?title=Decision\\_Jungle](http://primo.ai/index.php?title=Decision_Jungle) , [7/12/2019 ,10: 27 PM ] .

- (17) <https://dl.acm.org/citation.cfm?id=2999638> , [9/12/2019 ,04: 19 PM ].
- (18) <https://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/parkinsons>, [18/10/2019 ,09: 34 PM ].

# Membrane Wastewater Treatment System CASE STUDY ON SEWAGE TREATMENT plant of the University of Sinnar 2019-2022

**Arafa Kamal aldeen Mohamed Ibrahim**

**Dr.Mohamed Ahmed Adam Khadam**

University of KHRATUOM

## **ABSTRAC:**

The scientific study aims to identify the advanced treatment system of modern sewage plants that treat wastewater with advanced high-efficiency biofilms in wastewater treatment systems. Which is so that the treated water is suitable for safe irrigation purposes and its importance in knowing the quality of the treated water and its properties for reuse in irrigation of gardens in university housing and neighboring sickles and to benefit from the improved organic fertilizer resulting from the treatment for agriculture. Failure to follow up on changing the membranes led to problems in the production of odors and foul gases, and reduced the efficiency of treatment. The research adopted the method of collecting information in field uniforms, taking different pictures showing the stages of treatment, the shape of the incoming and outgoing water, and how the compressors work, and making a questionnaire for the residents of the area about the station, and collecting previous reports and readings of the treated water at the station at the start of its operation and personal interviews, and using the station design plans and analyzing that information analysis program Statistics. The conclusion of the study is that the membrane treatment system is one of the advanced systems with high efficiency in wastewater treatment, and that the plant operates at its beginning according to the specifications and standards of wastewater, but the lack of follow-up in changing the membranes according to the method of operation decreased efficiency. The treated water has become unfit for irrigation purposes, which necessitates changing the compressors in order for the system to return to its previous state

## نظام معالجة مياه الصرف الصحي بأغشية الحيوية (الممبرين)

### دراسة حالة محطة معالجة مياه المجارى بجامعة سنار

فترة الدراسة (2019-2022)م

أ.عرفة كمال الدين محمد إبراهيم - باحث - جامعة الزعيم الأزهرى  
د. محمد أحمد آدم خدام - أستاذ مشارك - كلية الهندسة - جامعة الخرطوم  
المستخلص

تهدف الدراسة العلمية للتعرف على نظام المعالجة المتقدمة لمحطات الصرف الصحي الحديثة التى تعالج مياه الصرف الصحي بالأغشية الحيوية الممبرين ذو الكفاءة العالية المتقدمة فى انظمة معالجة مياه الصرف الصحي. بحيث تكون المياه المعالجة صالحة للاغراض الرى الآمن و اهميته فى معرفة نوعية المياه المعالجة وخواصها للاعادة استخدامها فى الرى الحدائق بالسكن الجامعى والمناجل المجاورة والاستفادة من السماد العضوى المحسن الناتج من المعالجة للزراعة. عدم المتابعة فى تغيير الممبرين ادى الى مشاكل فى انتاج الروائح وغازات الكريهة وقلل من كفاءة المعالجة . اعتمدالبحث منهج جمع المعلومات بالزيات الميدانية واخذ صور مختلفة توضح مراحل المعالجة وشكل المياه الداخلة والخارجة وكيفية عمل الممبرين , وعمل استبيان لسكان المنطقة حول المحطة ,وجمع التقارير والقراءات السابقة للمياه المعالجة بالمحطة عند بداية تشغيلها والمقابلات الشخصية و الاستعانة بالخرط التصميمية للمحطة وتحليل تلك المعلومات برنامج التحليل الاحصائى . خلاصةالدراسة على أن نظام المعالجة بالممبرين من الانظمة المتطورة ذات الكفاءة العالية فى معالجة مياه الصرف الصحي وان المحطة تعمل فى بدايتها بحسب المواصفات والمقاييس لمياه الصرف الصحي ولكن عدم المتابعة فى تغيير الممبرين بحسب طريقة عملة قلت الكفاءةاصبحت المياه المعالجة غير صالحة للاغراض الرى ممايلزم تغيير الممبرين ليعود النظام لسابقه.

الكلمات المفتاحية : الحمأة المنشطة ، المعالجة ، الأغشية ، الرى ، التشغيل ، المحطة ، المجلات ، الصرف الصحي ، النفايات السائلة ، مياه الصرف الصحي ، السعة، الاكسجين الحيوى المستهلك

### 1/ Introduction

Sinnar University complete its faculties in various fields and departments. Thus, the National Student Welfare Fund established the university cities of the martyrs and Osama bin Zaid and replaced the septic and well system with the establishment of a sewage plant, which is located in the Bunyan neighborhood north of Sinnar city to treat water and use it to irrigate gardens and sickles, to end of the environmental impacts resulting from sewage. The station was established in January 2008, with a design capacity of 500 m<sup>3</sup>/day, the cost of the project is two billion nine hundred,

the owner of the project, the National Student Welfare Fund, a biological treatment system with active sludge (advanced biofilm treatment (membrane strips))It is the last stage of biological treatment (advanced treatment), in which pollutants, toxic substances and any abnormally high levels of suspended organic matter are removed. Such treatments are used in the case of recycling sewage water for agricultural use, charging groundwater reserves, and using the resulting water in cooling and industry. It also performs the final sedimentation tank and filtration at the same time, which distinguishes it from other advanced treatment systems. When it reaches the water, by any method, it treats it, and this has an effect on the membranes, which reduces their lifespan, and the water has reached a lower degree of purity, which is better than being turbid. As shown in the picture below. The membrane does not need final sedimentation tanks, and it performs all the roles and tasks of the sedimentation tanks, and drains the treated water to the irrigation tank and returns the sediment (sludge) to the tanks. A rectangular tank detailed into three slices of biofilms, each slice treats 5 m<sup>3</sup> in the cycle, and it is connected to iron pipes that raise the water from the aeration tank to the reactor, and pipes that supply air to the slides tanks in a direction opposite to the direction of water withdrawal in order to prevent sticking of suspended materials to the wall of the membrane reactor, and that Air ensures that bacteria interact with suspended organic matter. The slides are made of very fine materials that can be materials (cellulose tonsils, polymers, plastics, and others). In this tank, there is a sensitive device for measuring total solids, connected to a coil that works automatically, and when its reading exceeds 10 mg, the coil is opened and the total suspended materials are returned to the collection tank. Thus, we can call the plant with a combined system between treatment with active sludge and membranes (bio-membrane reactor). Then the treated water is withdrawn to the last part of the membrane reactor equipped with a weighted chlorine injection belt through a sensitive device at a ratio of (5-10) mg in the tube connected to the

filter and then cleared to the irrigation tank.

by P. Quevauviller, O. Thomas and A. van der Beken, *Wastewater Quality Monitoring and Treatment* EditedC \_2006 John Wiley & Sons, Ltd. ISBN: 0-471-49929-3,

## 2/ GENERAL Objectives

To study the performance of a wastewater treatment and to suggest improvements for preventing adverse effects of treatment Plant, on the surrounding environment.

## 3 / Specific Objectives:-

- To assess the current status of a wastewater treatment plant (quality and quantity)
- To assess the quality of treatment wastewater and its use in irrigation
- To Improve the current situation and future expansion of the station to keep pace with the number of users
- Sludge treatment of the current sludge treatment processes
- Environmental effects of the station treatment plant on the surrounding environment.

## 4/ RESEARCH PROBLEM: -

- Wastewater treatment plant for the student hostels of sinnar University was over loaded and treated effluent is not computable with the Standard specification for treatment of irrigation of farm.
- The sewage system of the station works with a tertiary treatment system with a rectangular bio membrane filter of plastic material. It is necessary to regularly change it at least every five years, therefore, this is one of it is biggest problems.
- The membrane reactor works on the biological treatment system of wastewater through the active sludge with compressed air, this process requires operating skills by engineers and technicians of different levels.
- Lack of periodic maintenance of the station with the qualified personnel

## 5. Material and Method

1. General information was collected from the station from the project management, including the core capacity of the station and the map of the station, in addition to the basic information.
2. Doing a number of field visits to the station and its annexes, taking different pictures at different times and comparing them to find out the causes of malfunctions and change the quality of the treated water in the station to study its current status.
3. Taking the operational data of the station, which includes the amount of treated water entering and leaving the station at the start of operation and before stopping, as well as taking a reading ( BOD, COD, TSS,PH)
4. A questionnaire was made for the station and included the residents of the neighborhood about the station and government and private facilities, and accordingly the questionnaire was analyzed by SPSS programs
5. Studying of environmental impact by interviews through questionnaire.



The location of the SINNAR University station for advanced treatment (membrane), taken on 10/29/2022

موقع محطة جامعة سنار للمعالجة المتقدمة (الممبرين) لخدمة الصورة ٩/١٠/٢٠٢٢م

٢/ MBR sewage water treatment machine :-



(1)

(2)

The location of the SINNAR University station for advanced treatment (membrane), taken on 10/29/2022

موقع محطة جامعة سنار للمعالجة المتقدمة (الممبرين) اخذت الصورة 2022/10/29م

2/ MBR sewage water treatment machine :-

2)(10

Figure (1) A picture of a slice of membrane taken on 6/11/2019.

The adjacent picture is three slices of membrane taken in January 2013 from the sewage treatment plant at Sennar University.

الشكل (1) صورة لشرائح الممبرين مأخوذة 2019/11/6م الصورة المجاورة  
ثلاثة شرائح ممبرين مأخوذة يناير/2013 من محطة معالجة مياه الصرف  
الصحي بجامعة سنار

FIGURE (1) Membrane Bioreactor (MBR) treatment wastewater advanced technology ( Filtration)

**Membrane Bioreactor (MBR) is a advanced technology developed since the end of 20th century which realized the efficient combination of membrane separation technology with biological technology. The membrane separation technology replaces the traditional active sludge method and the normal filter unit, its strong separation ability can make the SS turbidity near to be zero, therefore greatly expands the scope of application of waste water recycling.**

|                      |   |
|----------------------|---|
| :Quantity            | 1 |
| <u>Add to Basket</u> |   |

- **Brand: BETTER**
- **Code: 8421299090**
- **Product Description**

### **Product Description**

#### **MBR**

#### **t Description**

Membrane Bioreactor (MBR) is a kind of advanced technology developed sin

At the end of 20<sup>th</sup> century which realized the efficient combination of membrane separation technology with biological technology the membrane separation technology replaces the traditional active sludge method and the normal filter unit, its strong separation ability can make the SS turbidity near to be zero. Hydraulic retention time (HRT) sludge age (SRT) is completely separated, the outlet water is good and stable in quality, it can be reused without the third level treatment. Due to the high security and economic and effective water, it greatly expands the scope of application of waste water recycling.

#### 1 Technological Process:

Sewage → Grille → Regulating pond → MBR Bioreactor → Discharge (reuse)

1. Temperature: 5 °C ~ 45 °C , average membrane aperture 0.10 μm .
2. PH: 2~12 , membrane thickness: 40 μm .
3. Outlet water turbidity : <1 NTU , outlet water SS <1mg/L.
4. Membrane area: 8m<sup>2</sup>, advised gas-water ratio: 25:1~30:1.
5. Operating pressure: -0.01 ~ -0.03Mpa

1. Pendashteh A.R., Fakhru'l-Razi A., Madaeni S.S., Abdullah L.C., Abidin Z.Z., Biak D.R.A. Membrane foulants characterization in a membrane bioreactor (MBR) treating hypersaline oily wastewater. Chem. Eng. J. 2011;168:140–150. doi: 10.1016/j.cej.2010.12.053. - DOI

Membrane standard specifications table taken from the website [info@sigmadafclarifiers.com](mailto:info@sigmadafclarifiers.com)

[+34 972 22 34 81](tel:+34972223481)Request for quotation·Customer accessen

Table(1) Information technical

| Modelo        | Hab/equi. | Capacidad (m <sup>3</sup> /día) | Membrana (m <sup>2</sup> ) | Nº módulos | Potencia (kwh) | Dimensiones (mts) |
|---------------|-----------|---------------------------------|----------------------------|------------|----------------|-------------------|
| SMBR40-1      | Hasta 130 | 20                              | 40                         | 1          | 10             | 9 x 2.3 x 2.3     |
| SMBR60-1      | Hasta 200 | 30                              | 60                         | 1          | 12             | 9 x 2.3 x 2.3     |
| SMBR40-2      | Hasta 260 | 40                              | 80                         | 2          | 14             | 9 x 2.3 x 2.3     |
| SMBR60-2      | Hasta 400 | 60                              | 120                        | 2          | 16             | 11 x 2.3 x 2.3    |
| SMBR80-2 (*)  | Hasta 550 | 80                              | 160                        | 2          | 20             | 11 x 2.3 x 2.3    |
| SMBR100-2 (*) | Hasta 700 | 100                             | 200                        | 2          | 30             | 11 x 2.3 x 2.3    |

Ratios diseño: 20 lts/m<sup>2</sup>/h  
150 lts/hab

(\*) No incluyen homogeneizador

## 5/Fetures

1. Because of the high-efficiency solid-liquid separation, it can efficiently remove the SS, colloidal material and dead microbe in the

sewage, no need sedimentation tank, or filter device, nor other solid-liquid separation device.

2. The MBR can make the biomass in biological treatment unit maintain high concentration, thus highly improve the volume loading. Meanwhile, the high efficient membrane separation can shorten the HRT. The device is with a compact structure and small space occupation.

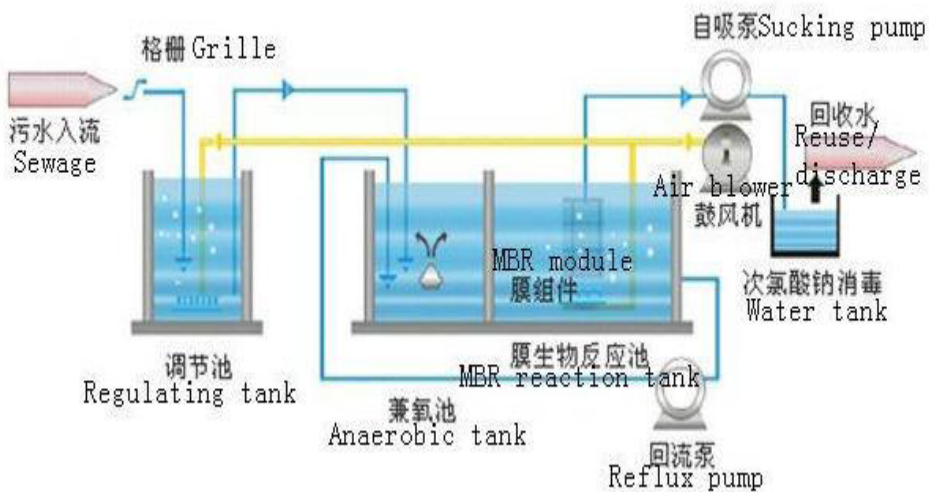
3. MBR can filter out bacteria, part of the harmful material such as virus, it can obviously save dosing disinfection dosage, greatly improve the quality of the output water and reduce the operating cost and widen the scope of application of water.

4. Due to the strong interception function of MBR, it can keep the microbe in the reactor to avoid the loss of all kinds of microbe groups, which is good for the growth of the bacteria (such as the nitrifying bacteria), at the same time, it can lengthen the residence time of diffi-

cult

degradable macromolecule organics to improve the decomposition so as to make the metabolic system process smoothly. The system has a strong impact resistance and wide suitability.

5. It can realize the completely separation of HRT and SRT. By the extended aeration, it can consume the organics, it can theoretically achieve the effect of no excess sludge emissions, thus reduce the surplus sludge treatment costs significantly.
6. The unique mode of operation makes the membrane surface no blocking, and the cleaning interval time is long. The way to clean the membrane is easy, since the membrane module can be separately cleaned, thus, the maintenance is convenience and simple.
7. The module design make the machine flexible, it is easy to expand the volume.



FIGURE(2) MBR sewage water treatment machine operation cost. Previous: Dissolved Air Flootation Machine (DAF)Next: Packaged Sewage Treatment Plant Top of Form

**Bottom of Form**

**Top of Form**

**Bottom of Form**

**Top of Form**

**Bottom of Form**

• **Sd BetterSd BetterSd BetterShare Links**

**BetteAddr ess: Guanh ai road #1137,  
Zhu cheng city , Shandong province, China  
Post Code: 26 2200**

**☎ Tel: (+00 86) 0536-6085153**

**☎ Fax: (+00 86) 0536-6073577**

**Mobile: (+ 00 86) 13356363253**

**✉ E-mail:[sales@better-ept.com](mailto:sales@better-ept.com)QuBottom of Form**

**Copyright © 2014 Shandong Better Environmental Protection Technology Co., Ltd All rights reserved. [Site Map top](#)**

6/MBR is a kind of new technology for waste water treatment by combining membrane separation technique with activated sludge method. It can be used for municipal sewage and industrial waste water treatment and substitute for secondary sedimentation tank in removing suspended particles, so as to increase nitrogen removal rate and organics degradation rate.

As a waste water treatment system features simple operation, high automation and modular design, it also has below advantages:

- ※ Save 50% occupying area compared with traditional system.
- ※ Relative high MLSS value ( < 15 g/Land long residuetime for sludge(< 60days).
- ※ Stable producing water quality for different inlet water.
- ※ Less sludge residue reduces cost for sludge treatment.
- ※ Low energy consumption, simple cleaning and low operation

**( Shandong Better Environmental Protection Technology Co.,**

**Ltd**

**Address: Guanhai road #1137, Zhucheng city, Shandong province, China**

**Zip: 262200**

**Tel: (+00 86) 0536-6085153**

**Email: [sales@better-ept.com](mailto:sales@better-ept.com)**

**Mobile: +00 86 13356363253 (Christine)**

### **3/results of the research paper**

Al-Shahdeen and Osama bin Zaid station was designed with a maximum number of 4,000 students, with a water treatment capacity of 500 m<sup>3</sup>/day, and bio-oxygen consumed before treatment 500 mg/liter and after treatment (5-10) mg/liter and bio-oxygen consumed before treatment 1000 mg/liter after treatment.(50-80), total solids (1-9) mg/L and pH (5.5-7.5)a biological treatment system with active sludge (advanced biofilm treatment (membrane strips)).

#### **1/This include the previous monitoring of waste water quality during 2013m**

1/ BOD<sub>5</sub> consumed before treatment( 450)mg/l and after treatment (5)mg/l , and COD consumed before treatment (800)mg/l after treatment (50)mg/l, total solids(1)mg/l, and PH(5.5).

2/ the treatment efficiency of the plant is (98%).

#### **2/this is the data obtained during the study period of the research in 2019m**

1/ **BOD<sub>5</sub>** consumed before treatment (**500**)mg/l and after treatment (155)mg/l , **and** COD consumed before treatment (1000) mg/l ,after treatment (350)mg/l, total solid (10)mg/l, and PH (8.5).

the treatment efficiency of the plant is (69%).

#### **3/Operation building The parts of the operating station building are divided according to the treatment stages as follows:**

1/ Pretreatment of wastewater (physical treatment), including:

1/ Lifting Station



(1)-

(2)

الصورة (1) مأخوذة من حوض التجميع لمحطة جامعة سنار في 6/11/2019م  
 والصورة (2) مأخوذة لنفس الحوض في 2022/10/19م  
 Photo (1) taken from the collection basin of Sennar University station on 11/6/2019 AD  
 and photo (2) taken for the same basin on 10/19/2022 AD

### **FIGURE (3) Primary Settling( lift tank and pump)after and before station stops**

It is a square tank with dimensions (3.4 x 3.4 x 4) m equipped with an electric drum to operate submersible pumps, connected with a control room to operate the electricity of the station.the station has completely stopped working, and all departments have been removed from the various faculties of the university.

1-2/ Screen's

1-3/ Sand and gravel stone basins

1-4 / Oil and fat storage tanks

2/ Primary treatment

2-1/ Primary sedimentation (Buffer tank )

2-2/ Anoxic tank

2)(10)



الصورة (1) مأخوذة من محطة جامعة سنار لحوض الخلط 2019م الصورة  
 (2) مأخوذة لنفس الحوض 19/10/2022م بعد توقف المحطة

Photo (1) taken from the Sennar University station for the mixing  
 basin 2019 AD Photo (2) taken for the same basin 19/10/2022 AD  
 after the station stopped

**FIGURE(4) Oxygen Uptake ( Aeration tank of activated sludge  
 sewage treatment plant)(after and before station stops)**

It is a rectangular tanks of dimensions (4.55 x 9.8 m), a depth of 4 m, with a network of perforated square-shaped plastic pipes connected to the pipelines of the oxygen line generated by air pumping motors. Failure of submersible pumps that raise sewage water inside the tank, Sedimentation of an amount of agglomerated sludge at the bottom of the tank , Water arrives from the lifting station with an external connector cartridge that tilts all parts of the station to reduce the amount of excess flow from the lifting station.

3/ Secondary treatment (biological)

3-1/ Aeration tank

**MBRANE PROCESSES FOR WASTEWATER TREAT-**

## MENT



(1).

(2)

الصورة (1) لحوض التهوية مأخوذة 2022/19/10م من محطة جامعة سنار بعد توقف المحطة والصورة (2) مأخوذة 2019م اثناء عمل المحطة

**Photo (1) of the ventilation basin taken on 19/10/2022 AD from the Sennar University station after the station stopped, and Photo (2) taken on 2019 AD during the station's operation**

**FIGURE(5)Aeration tanksDisable the waste water pumps that lift to the ducts and pumps( after and before station stops)**

It is a rectangular tank of dimensions (4.55 x 9.8 m), a depth of 4 m, with a network of perforated square-shaped plastic pipes connected to the pipelines of the oxygen line generated by air pumping motors.

Blockage of the perforated pipe network with sludge that transfers air to the parts of the tank as a result of the increase in sludge in the tank

and the inability to drain it due to the breakage of the conveyor line. <sup>^</sup> Khopkar, S.M. (2004). *Environmental Pollution Monitoring And Control*. New Delhi: New Age International. p. 299. ISBN 978-81-224-1507-0

3-2/ The treated membrane tank (filtration) advanced treatment



خزان الممبرين لمعالجة مياه الصرف التي تعمل به محطة جامعة سنار اخذة الصورة 2013م

Membrane tank for wastewater treatment in which the Sennar University station operates, photo taken in 2013

**FIGURE(6) membrane Aeration tank of activated sludge sewage treatment plant**

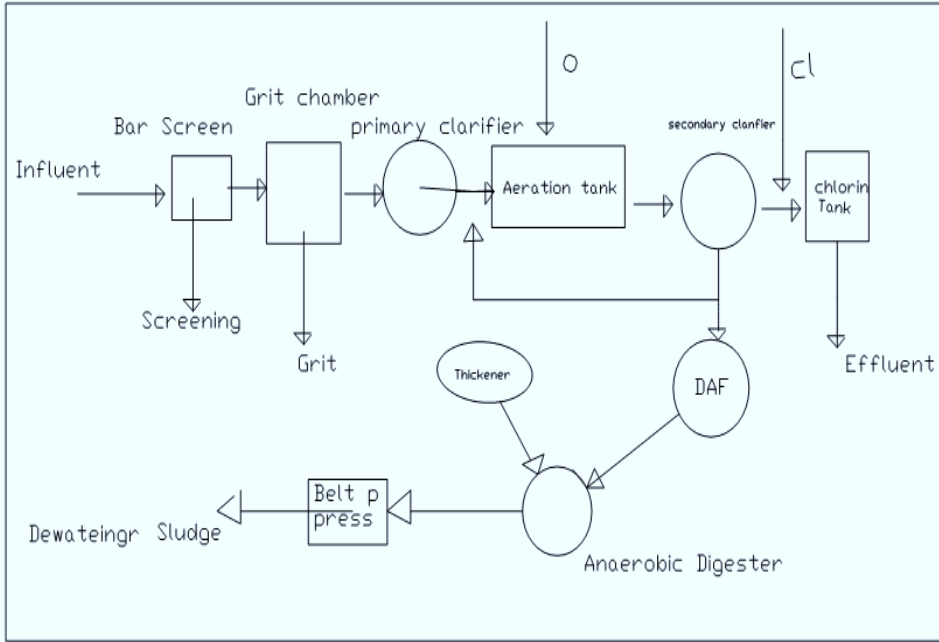
Algae growth in membranes biofilms , The presence of a quantity of water inside covered by the sewage , Blockage of pipes carrying water from the ventilation basin to the membranes

3-3/ Chlorine disinfection tank Chemical treatment

3-4/ irrigation tank

3-5/ Discharged sludge tank

- 4/ control room
- 5/ Oxygen generating room
- 6/ Electricity generator room
- 7/ room for station works



Wastewater Plant Included physical And Biological Processes

**FIGURE(7) secondary treatment plan (wastewater plant included physical and biological processes** <sup>^</sup> Tchobanoglous, George; Burton, Franklin L.; Stensel, H. David; Metcalf & Eddy, Inc. (2003). Wastewater Engineering: Treatment and Reuse (4th ed.). McGraw-Hill. ISBN 978-0-07-112250-4

/questionnaire4تحليل الاستبيان ببرنامج التحليل الاحصائي الخاص بسكان الحي المجاور لمحطة الصرف الصحي جامعة سنار  
Analysis of the questionnaire using the statistical analysis program for the residents of the neighborhood adjacent to the sewage station, Sennar University

A Table (1-4) showing the population harm from the presence of the station

1/ Does the presence of a sewage plant near your residence affect your health in terms of odor

| Cumulative Percent | Valid Percent | Percent | Frequency |                 |
|--------------------|---------------|---------|-----------|-----------------|
| 50.6               | 50.6          | 50.0    | 40        | او اقبشدة Valid |
| 65.8               | 15.2          | 15.0    | 12        | او افق          |
| 74.7               | 8.9           | 8.8     | 7         | لا او اقبشدة    |
| 82.3               | 7.6           | 7.5     | 6         | محايد           |
| 100.0              | 17.7          | 17.5    | 14        | لا او افق       |
|                    | 100.0         | 98.8    | 79        | Total           |
|                    |               | 1.3     | 1         | System Missing  |
|                    |               | 100.0   | 80        | Total           |

جى ارلا شى ج نم كتحص ىبغ رشوي كئكس نم برقلاب ي حصللا فرصلا قظحم دوجو له

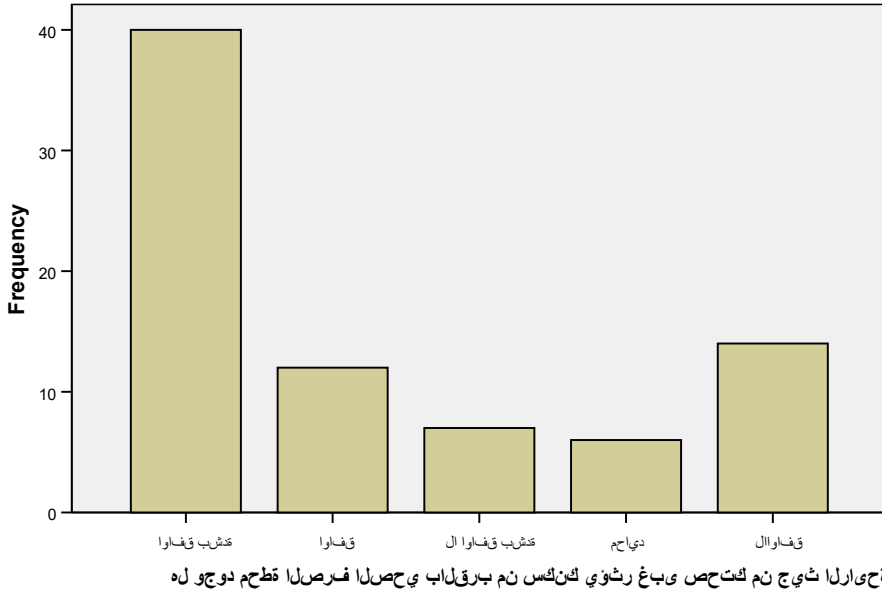


Figure (1-4)

Percentage of population damage from the smell of the station

The above table and chart demonstrates the participants point of view who takes part in the questionnaire about the Item “do you suffer from the unpleasant odor that comes from the sewage station nearby “: 50.0% say strongly agree, 15% say agree, 8.8 say strongly disagree, 7.5 % say neutral and say 17.5% disagree. Table (4-2) shows the benefit from the station for residents of the surrounding area

Do you agree if there is an opportunity to connect the bathrooms of your home or interest to the station?

| Cumulative Percent | Valid Percent | Percent | Frequency |
|--------------------|---------------|---------|-----------|
|                    |               |         |           |

|       |      |       |        |            |       |
|-------|------|-------|--------|------------|-------|
| 28.2  | 28.2 | 27.5  | 22     | اوافقبشدة  | Valid |
| 59.0  | 30.8 | 30.0  | 24     | اوافق      |       |
| 76.9  | 17.9 | 17.5  | 14     | لاوافقبشدة |       |
| 85.9  | 9.0  | 8.8   | 7      | محايد      |       |
| 98.7  | 12.8 | 12.5  | 10     | لاوافق     |       |
| 100.0 | 97.5 | 78    | Total  |            |       |
|       | 2.5  | 2     | System | Missing    |       |
|       |      | 100.0 | 80     | Total      |       |

تطرح ملاب كت حلصم وأ ك لئز نم تامامح لي صوت ؤصرف كل لانه تنك اذا قفاوت له

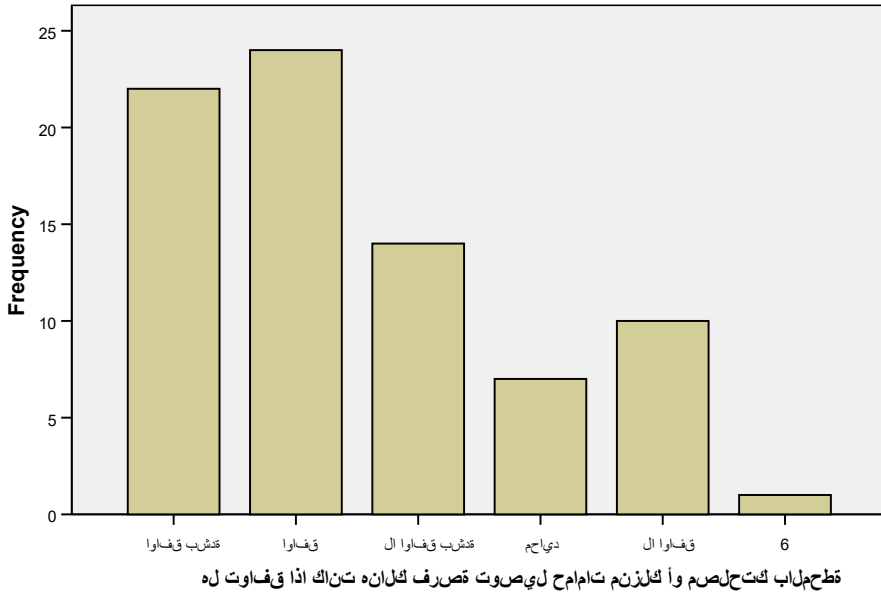


Figure (2-4) Percentage of individuals wishing to have their bathrooms connected to the station

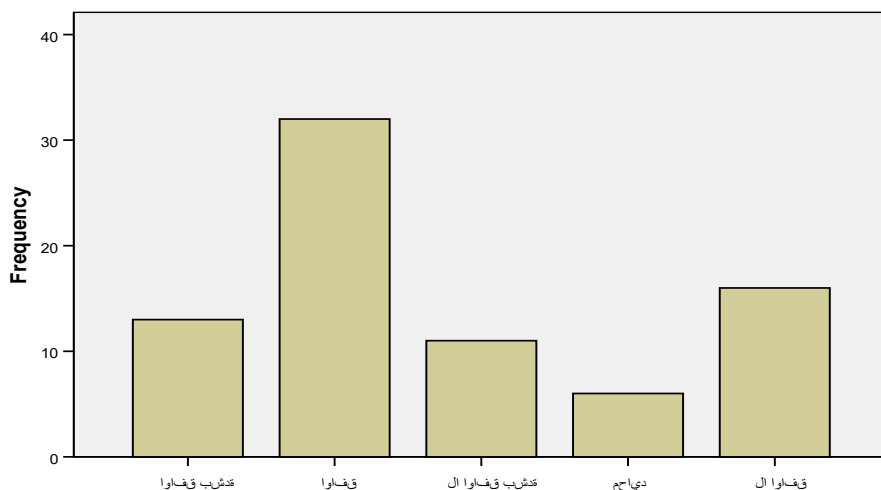
The above table and chart demonstrates the participants' point of view who takes part in the questionnaire about the Item "if you get chance to connect your bath and toilet to the sewage station pipes do you agree?" 17.5% say strongly agree, 30.0% say agree, 8.8%

say strongly disagree, 8.8% say neutral and say 12.5% disagree. Table (2-4) shows the number of individuals who wish to use organic fertilizers

If there is a processed organic fertilizer provided by the sewage station, would you agree to use it for your garden trees?

| Cumulative Percent | Valid Percent | Percent | Frequency |                  |
|--------------------|---------------|---------|-----------|------------------|
| 16.7               | 16.7          | 16.3    | 13        | او اقببشدة Valid |
| 57.7               | 41.0          | 40.0    | 32        | او افاق          |
| 71.8               | 14.1          | 13.8    | 11        | لا او اقببشدة    |
| 79.5               | 7.7           | 7.5     | 6         | محايد            |
| 100.0              | 20.5          | 20.0    | 16        | لا او افاق       |
|                    | 100.0         | 97.5    | 78        | Total            |
|                    |               | 2.5     | 2         | System Missing   |
|                    |               | 100.0   | 80        | Total            |

اجشال دم ادختسا يلع قفاوت له ي حصلنا فرصلا تطحم درفوت جلاعم يوضع دامس كلان نه ناك اذا



اجشال دم ادختسا يلع قفاوت له ي حصلنا فرصلا تطحم درفوت جلاعم يوضع دامس كلان نه ناك اذا

Figure - (3-4) Percentage of individuals who agree to use organic

fertilizer

The above table and chart demonstrates the participants’ point of view who takes part in the questionnaire about the Item “if you get chance to connect your bath and toilet to the sewage station pipes do you agree? “16.3% say strongly agree, 40.0% say agree, 13.8% say strongly disagree, 7.5% say neutral and say 20.0% disagree.

Table (2-4) shows the number of individuals who wish to irrigate trees with sewage water

If there is a garden in front of your house, do we agree to see its Lord from the station?

| Cumulative Percent | Valid Percent | Percent | Frequency |                 |
|--------------------|---------------|---------|-----------|-----------------|
| 19.0               | 19.0          | 18.8    | 15        | اوافقبشدة Valid |
| 57.0               | 38.0          | 37.5    | 30        | اوافق           |
| 68.4               | 11.4          | 11.3    | 9         | لاوافقبشدة      |
| 73.4               | 5.1           | 5.0     | 4         | محايد           |
| 100.0              | 26.6          | 26.3    | 21        | لاوافق          |
|                    | 100.0         | 98.8    | 79        | Total           |
|                    |               | 1.3     | 1         | System Missing  |
|                    |               | 100.0   | 80        | Total           |

Figure (3-4) Percentage of individuals agreeing to irrigate trees from the treated water

تطرحملا نم اهبير ياع قفاون له كللزنم ماما ققبدح لكلان ه تنك اذا

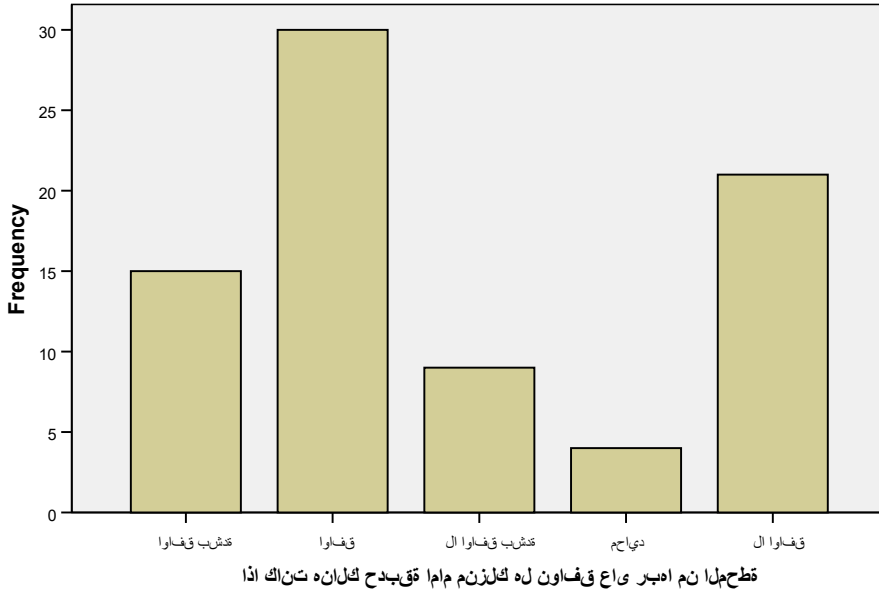


Figure (3-4) Percentage of individuals agreeing to irrigate trees from the treated water

The above table and chart demonstrates the participants' point of view who takes part in the questionnaire about the Item "if there is a garden in front of your house do you agree to be watered from the sewage station?" 18.8% say strongly agree, 37.5% say agree, 11.3% say strongly disagree, 5.0% say neutral and say 26.3% disagree.

#### 4/ RESULTS AND DISCUSSION

3.0.1 /National students welfare fund station with a wastewater treatment capacity 500m<sup>3</sup>/day.

##### 1/Data Collection

4.1.2/This include the previous monitoring of waste water

**quality during 2013m**

1/ BOD5 consumed before treatment( 450)mg/l and after treatment (5)mg/l , and COD consumed before treatment (800)mg/l after treatment (50)mg/l, total solids(1)mg/l, and PH(5.5).

2/ the treatment efficiency of the plant is (98%).

**3.0.2 /this is the data obtained during the study period of the research in 2019m**

1/ **BOD5** consumed before treatment (500)mg/l and after treatment (155)mg/l , **and** COD consumed before treatment (1000) mg/l ,after treatment (350)mg/l, total solid (10)mg/l, and PH (8.5).

2/ the treatment efficiency of the plant is (69%).

**Table (4.1) date comparison of waste water quality during (2013-2019)m.**

| parameter | UNIT | In/2013m | Out/2013m | In/2019m | Out/2019m |
|-----------|------|----------|-----------|----------|-----------|
| BOD5      | mg/l | 450      | 5         | 500      | 155       |
| COD       | mg/l | 800      | 50        | 1000     | 350       |
| T.SS      | mg/l | -        | 1         | -        | 10        |
| PH        |      | -        | 5.5       | -        | 8.5       |

BOD5=Biological Oxygen Demand, COD = *Chemical oxygen demand* T.SS = Total Suspended Solids ,PH = Hydrogen ion concentration

❖ the treatment efficiency of the plant is (98%). Of the station during 2013m and BOD5 = 5mg/l is suitable for migration pups.

❖ the treatment efficiency of the plant is (69%),of the station before it stops and BOD5 the effluent was 155mg/l which is of out and the range for imagining green areas.

**2/questionnaire**

❖ There are foul odors coming out of the station, which transmitted to the residents of the area and are affected by asthma and allergy sufferers.

❖ IF there is an opportunity to connect the neighborhoods

bathrooms to sewage station, they don't mind.

❖ Some people are using organic compost from plants, trees, and home gardens

## **5/ Conclusion**

**5.1.1/** The original plant capacity was 500m<sup>3</sup>/d .The plant was over loaded due to the expansion of hostel (up to 750m<sup>3</sup>/d) .

5.1.2 / The quality of the effluent for irrigation during the start of operation of the plant was (BOD<sub>5</sub>) = (5)mg/l and later after over loading was (BOD<sub>5</sub>) = (155)mg/l

5.1.3 /The units of the plant that need rehabilitation :- lifting pump , membrane , sludge spare parts should be made available in order to have sustainable operation of the plant. .

5.1.5 / No skill technicians or engineering are available for operation and maintenance of the plant in operated and maintained by causal laborers .

5.1.6 / The questionnaire questions reveal that some adverse effect on the environment of the residents surrounding the treatment plant. But odors, insets are some of the adverse effect

## **References**

2. Pavon C. Water Scarce Countries, Present and Future. [(accessed on 13 January 2020)]; Available online: <https://www.worlddata.io/blog/water-stressed-countries-present-and-future>.

3. Pendashteh A.R., Fakhru'l-Razi A., Madaeni S.S., Abdullah L.C., Abidin Z.Z., Biak D.R.A. Membrane foulants characterization in a membrane bioreactor (MBR) treating hypersaline oily wastewater. Chem. Eng. J. 2011;168:140–150. doi: 10.1016/j.cej.2010.12.053. - DOI

[info@sigmadafclarifiers.com](mailto:info@sigmadafclarifiers.com)+34 972 22 34 81 Request for quotation Customer access

en:  SIGMA DAF Clarifiers MBR system

4



Shandong Better Environmental Protection Technology Co., Ltd.

Address: Guanhai road #1137, Zhucheng city, Shandong province, China

Zip: 262200

Tel: (+00 86) 0536-6085153

Email: [sales@better-ept.com](mailto:sales@better-ept.com)

Mobile: +00 86 13356363253 (Christine

5/ ^ Tchobanoglous, George; Burton, Franklin L.; Stensel, H. David; Metcalf & Eddy, Inc. (2003). Wastewater Engineering: Treatment and Reuse (4th ed.). McGraw-Hill. ISBN 978-0-07-112250-4.

6/ ^ Khopkar, S.M. (2004). Environmental Pollution Monitoring And Control. New Delhi: New Age International. p. 299. ISBN 978-81-224-1507-0.

7/ ^ Von Sperling, M. (2015). “Wastewater Characteristics, Treatment and Disposal”. Water Intelligence Online. 6: 9781780402086. doi:10.2166/9781780402086. ISSN 1476-1777.

8/ ^ Jump up to: <sup>a</sup> <sup>b</sup> Jones, Edward R.; van Vliet, Michelle T. H.; Qadir, Manzoor; Bierkens, Marc F. P. (2021). “Country-level and gridded estimates of wastewater production, collection, treatment and reuse”. Earth System Science Data. 13 (2): 237–254. Bibcode:2021ESSD...13..237J. doi:10.5194/essd-13-237-2021. ISSN 1866-3508

5/ Edited by P. Quevauviller, O. Thomas and A. van der Beken C 2006 John Wastewater Quality Monitoring and Treatment Wiley & Sons, Ltd. ISBN: 0-471-49929-3

9/ ^ Encyclopedia Britannica. October 29, 2020 “wastewater treatment | Process, History, Importance, Systems, & Technologies”. Retrieved 2020-11-04.

7/ ^ Jump up to: <sup>a</sup> <sup>b</sup> <sup>c</sup> <sup>d</sup> Metcalf & Eddy, Inc. (2003). Wastewater Engineering: Treatment and Reuse (4th ed.). New York: McGraw-Hill. ISBN 0-07-112250-8.

.8/ ^ Tchobanoglous, G., Burton, F.L., and Stensel, H.D. (2003). Wastewater Engineering (Treatment Disposal Reuse) / Metcalf & Eddy, Inc (4th ed.). McGraw-Hill Book Compa-

ny. ISBN 0-07-041878-0.

△ “Chapter 3: Analysis and Selection of Wastewater Flowrates and Constituent Loadings”. Wastewater engineering: treatment and reuse

9/ Abdel-Ghaffar A.S., El-Attar H.A. and Elsokkary I.H. (1988) Egyptian experience in the treatment and use of sewage and sludge in agriculture. Ch. 17, Treatment and Use of Sewage Effluent for Irrigation, M.B. Pescod and A. Arar (eds). Butterworths, Sevenoaks, Kent

.10 /Von Sperling, M. (2015). “Wastewater Characteristics, Treatment and Disposal”. Water Intelligence Online.6: 9781780402086. doi:10.2166/9781780402086. ISSN 1476-1777.

11 Jones, Edward R.; van Vliet, Michelle T. H.; Qadir, Manzoor; Birkens, Marc F. P. (2021). “Country-level and gridded estimates of wastewater production, collection, treatment and reuse”. Earth System Science Data.13 (2): 237–254. Bibcode:2021ESSD...13..237J. doi:10.5194/essd-13-237-2021. ISSN 1866-3508.

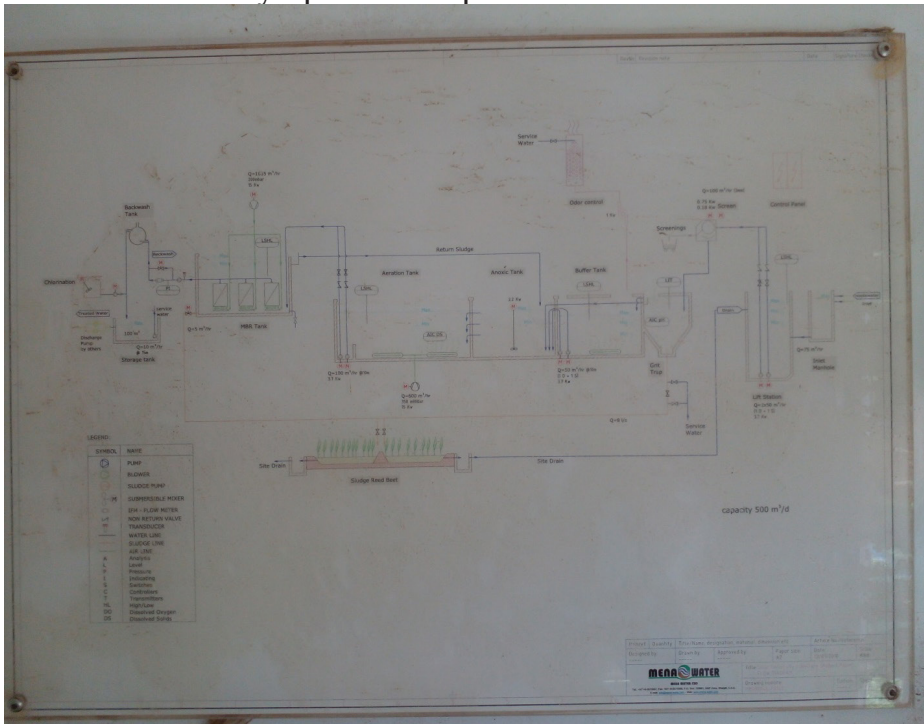
12/ VonSperling, M. (2015). “Wastewater Characteristics, Treatment and Disposal”. Water Intelligence Online.6. doi:10.2166/9781780402086. ISBN 9781780402086. ISSN 1476-1777.

13/ Henze, M.; van Loosdrecht, M. C. M.; Ekama, G.A.; Brdjanovic, D. (2008). Biological Wastewater Treatment: Principles, Modelling and Design. IWA Publishing (Spanish and Arabic versions are available online for free). doi:10.2166/9781780401867. ISBN 978-1-78040-186-7. {{cite book}}: External link in |publisher= (help)

# ANNEX



Sennar University operational plan



# Goelectrical Assessment of the Subsurface by Vertical Electrical Sounding (VES) in Abyei, West Kordofan State, Sudan 2022 AD

Mohamed Babo Elawad Hassaballa

Dr. Adam Khalifa Mohammed

Dr. Mohamed Adam ginay

## Abstract:

Resistance methods were used as an aid to siting water supply boreholes, and goelectrical methods were applied to draw the cross sections of resistivity underground in the Abyei Region and around it. At Baggara Basin, the target of the study is to use the resistivity data and interpret goelectrical soundings to study the aquifer conditions for hydrogeological purposes. So, in order to determine the thickness of the geologic layers and the distinction between soft-rock sandy aquifers and clayey material by electrical sounding measurement, the study area is covered by measurements of about 68 points of vertical electric sounding (VES). The locations of all VES points have been fixed by GPS. All measurements were taken with the SAS-1000 terrameter from ABEM (Sweden). The soundings were performed using the symmetrical Schlumberger electrode arrangements with a maximum half-separation of  $AB/2 = 900 - 1000$  m. This is generally adequate for a penetration depth of more than 300 m in the study area. The quantitative interpretation of the VES curves is performed using a computer program (IPI2 WIN). In this study, a model for each field curve is proposed based on the type of curve and its resistivity variation. Interpretation of these soundings indicates that the thickness of the sediments in the area ranges from a few meters in the north, northeast, and southwest to 400 m, in which the drilled boreholes (e.g., Gulei and Dayer wells) are located. Furthermore, zones with high yield potential have been determined in this research based on the resistivity data. The formation factor ranges from 1 to 6, with an average of 3 being used to classify the three facies. (from fine to medium to coarse).

**Keywords:** vertical electrical sounding; goelectric section; description of the thickness of the geologic layers and the excellence between soft-rock sandy aquifers and clayey material.

## التقييم الجيوكهربائي تحت السطح بواسطة السبر الكهربائي العمودي في أبيي

ولاية غرب كردفان - السودان 2022م

أ.محمد بابو العوض حسب الله - باحث- كلية هندسة المياه والبيئة - جامعة السودان للعلوم

والتكنولوجيا

د. آدم خليفة محمد - كلية هندسة المياه والبيئة - جامعة السودان

د. محمد آدم غنيه - كلية هندسة المياه والبيئة - جامعة السودان

المستخلص:

تم استخدام أساليب المقاومة كعامل مساعد في حفر آبار إمداد المياه ، كما تم تطبيق الأساليب الجيوكهربائية لرسم المقاطع العرضية للمقاومة تحت الأرض في منطقة أبيي وحولها. الهدف من الدراسة في حوض البقارة هو استخدام بيانات المقاومة وتفسير السبر الجيوكهربائي لدراسة ظروف الخزان الجوفي للأغراض الهيدروجيولوجية. لذلك ، من أجل تحديد سمك الطبقات الجيولوجية والتمييز بين طبقات المياه الجوفية الرملية الصخرية الناعمة والمواد الطينية ، عن طريق قياس السبر الكهربائي ، تم تغطية منطقة الدراسة بقياسات حوالي 68 نقطة من السبر الكهربائي العمودي. تم تحديد مواقع جميع نقاط السبر الكهربائي العمودي بواسطة نظام تحديد المواقع . تم أخذ جميع القياسات باستخدام جهاز المقاومة ساس 1000 السويدي. تم إجراء عمليات السبر باستخدام ترتيبات قطب شلمبرجير المتناسقة مع أقصى نصف فصل من  $AB / 2 =$  900 - 1000 متر. هذا مناسب بشكل عام لعمق اختراق يزيد عن 300 متر في منطقة الدراسة. يتم تنفيذ التفسير الكمي لمنحنيات السبر الكهربائي العمودي باستخدام برنامج كمبيوتر (IPI2 WIN). في هذه الدراسة ، تم اقتراح نموذج لكل منحني مجال بناءً على نوع المنحنى وتغير مقاومته. يشير تفسير عمليات السبر هذه إلى أن سمك الرواسب في المنطقة يتراوح من بضعة أمتار في الشمال والشمال الشرقي والجنوب الغربي إلى 400 متر ، حيث توجد الآبار المحفورة (على سبيل المثال ، آبار غولي وداير). علاوة على ذلك ، تم تحديد المناطق ذات القدرة الإنتاجية العالية في هذا البحث بناءً على بيانات المقاومة. يتراوح عامل التكوين من 1 إلى 6 ، مع استخدام 3 في المتوسط لتصنيف السحنات الثلاث. (من ناعم إلى متوسط إلى خشن).

### Introduction:

Geo-electrical methods are applied to map the resistivity structure of the underground and hydrogeological systems because they enable, for example, distinguishing between fresh and saltwater based on the electrical resistivity of rock and fluid content. The resistivity of coarse-grained, well-consolidated sandstone saturated with fresh water is higher than that of unconsolidated silt of the same porosity saturated with the same water. (1). Through

the Vertical Sounding Curve, all VES curves are found to depict somewhat deep and multi-layered earth, with typically dropping types for the intermediate strata. To indicate rising resistivity values, most curves have a propensity to climb near the end of the maximum separation. The average resistivity of the region is low (5–50 m). The most prevalent varieties are QHA and KQQ 2(). since all curves indicate the existence of thick sediments, no basement trends are expected. It is known how the presence of groundwater affects the resistivity of the water-bearing strata. But in this study, locating resistivity zones that are connected to the existence of high-quality groundwater is the main goal of the sounding technique.

### **Materials and methods:**

#### **Site description and geology:**

The study areas are located in West Kordofan State and at sites in East Darfur State and the Republic of South Sudan. between latitudes  $9^{\circ} 00$  and  $12^{\circ} 00$  N and longitudes  $23^{\circ} 00$  and  $30^{\circ} 00$  E. The study area and the surrounding districts have recently gained political and economic importance as they include reasonable hydrocarbon discoveries and potential. In addition to the livestock wealth and agricultural as well as forestry potential, many unpaved roads can be followed to different towns and villages in the area. And the annual rainfall ranges between 300 and 700 mm per year on average (3). The area is characterized by a savanna climate ranging from poor in the north to rich in the southern parts. The land in the study area is rich and fertile. General geology and hydrogeology setting: Generally, the topography of the area is flat, with topographic elevations ranging from more than 450 m (A.M.S.L.) in the north to about 430 to 380 m southward. The slope of the area trends south. The geological units are the superficial deposits and Umm Ruwaba formation, the Nubian sandstone, and the basement complex (4).

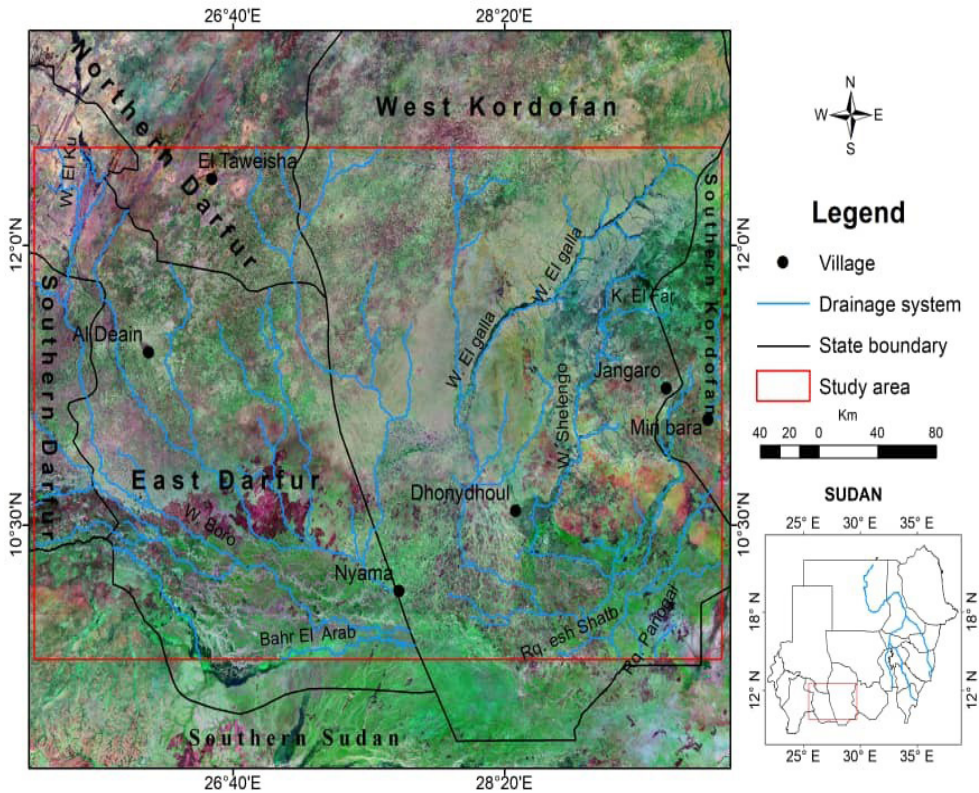


Figure (1) Location Map of the Study area.

**Materials and Methods:**

The idea of equivalence, which implies that a measured sounding curve is related to multiple physically equivalent models that may differ greatly, is fundamental to the modeling and understanding of vertical electric sounding curves. According to its interpretation, there is relatively high resistivity, recent sand, clay, and clayey sands on top of a layer of relatively low resistivity, superficial dryness, and recent sand in the area.

**Geoelectrical resistivity surveys:**

For examining the groundwater in the area, geoelectrical resistivity techniques are a popular and effective geophysical exploration method. The research region is measured at around

24 vertical electric sounding locations (VES). To the north, south, and center of the area being researched, three profiles were constructed (Fig. 2). C C, AA, and B B These diverse cross-sections provide crucial information on the thickness of distinct aquifers. All available geological information, including lithological log descriptions of the boreholes, was used to generate these geoelectrical sections. The resistivity values serve as the foundation for the geological explanation. Curve-type analysis, statistical evaluation of the resistivity values of certain geological formations, and reconnaissance-style observations can all have an impact. The resistivities and thicknesses of the strata, as well as the sounding curves of the profiles, were determined from the interpretation of the geoelectrical section data in the research region (Fig. 2).

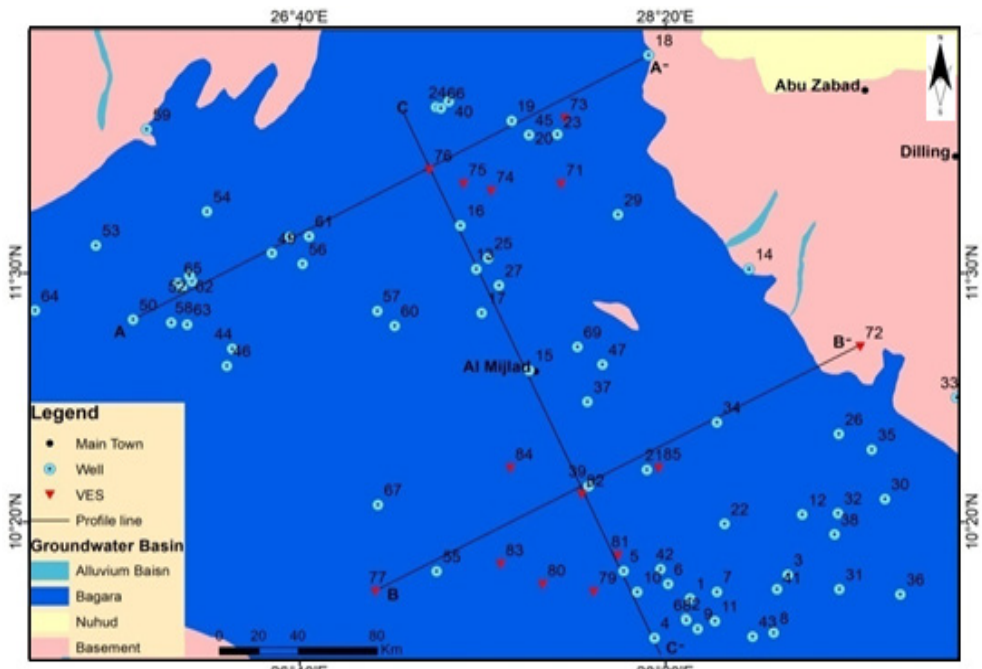


Figure (2): A geological map and profiles of the geoelectrical sections.

Source: Water resources Assessment and Development project in Sudan (WADS). April 1989.

Interpretation of vertical electrical sounding (VES):

A computer program, such as the IPI2WIN version software, is used to do the quantitative interpretation of the VES curves. In this work, a model is put forth for each field curve depending on the type of curve and the resistivity fluctuation of the curve. A theoretical curve is created by the program on iteration computers based on an input model, and it is adjusted repeatedly until it closely resembles the field curve. The possibility of thin blind zones and the common occurrence of equivalence and anisotropy in multi-layered soils serve as general limitations on the quantitative interpretation approach. (5) This refers to the fact that, unless proper control or calibration using borehole information is applied, different models can be explained by the same curve. The identified hydrogeological units, such as the Um Ruwaba formation and superficial deposits that are covered by the investigated region, are taken into consideration when classifying the vertical electrical sounding (VES) readings (6). The variations in resistivity are attributed to the formation. The results of the geoelectrical section in the study area were interpreted depending on the values of resistivities and thicknesses of layers and the sounding curves of the profiles (Fig. 2) (7). Are presented as follows:

I. Geoelectric section along profile AA':

The geoelectric section passes along three boreholes and includes VES numbers 39, 38, 86, 5, 78, 80, and 71 from the Shagadi in the southwest to Debbab Sharq town in the northeast direction of the investigated area. This section is constructed from different formations. The upper part of the section shows two layers consisting of superficial deposits and sandy clay, which are present between the points of VES 38–86 and Nibeig Borehole. The other part of the section with various resistivity values ranges

from 5 to 20 ohms, while the thickness of these deposits ranges from 25 to 125 m, respectively. The lower part of the top layer shows sand, medium to fine, which has a resistivity ranging from 15 to 30 ohm.m. The thickness of this layer is about 225 m. It was found that the last layer is sandy clay with a medium resistance of about 13 ohms, up to a depth of 325 meters, as in the Nibeig well.

## II. Geoelectric section along profile B-B' :

The two-type layer section was carried out between the Siheib borehole and Mashaga village, which is limited between points 33, 37, 35, and 42 and four boreholes. The first zone layers mixed with the superficial deposits composed of clay, sandy clay, and medium sand. The resistance of these layers ranges from 5 to 10 ohm.m, and the thickness reaches about 140 m.

## III Geoelectric section along profile C-C' :

The geoelectric section extended between seven points of the VES (85, 47, 61, 86, 5, 78, and 80) and the Um Khair, Sitaib borehole between Dahlob southwest and Sitaib northeast. The first layer is mixed with the superficial deposits composed of sand and clay with sand lenses. The resistivity of this layer ranges from 13 to 20 ohm.m. The thickness of the deposit is increasing from the northwest to the center and exceeds three hundred seventy-five meters in the Maqbool borehole.

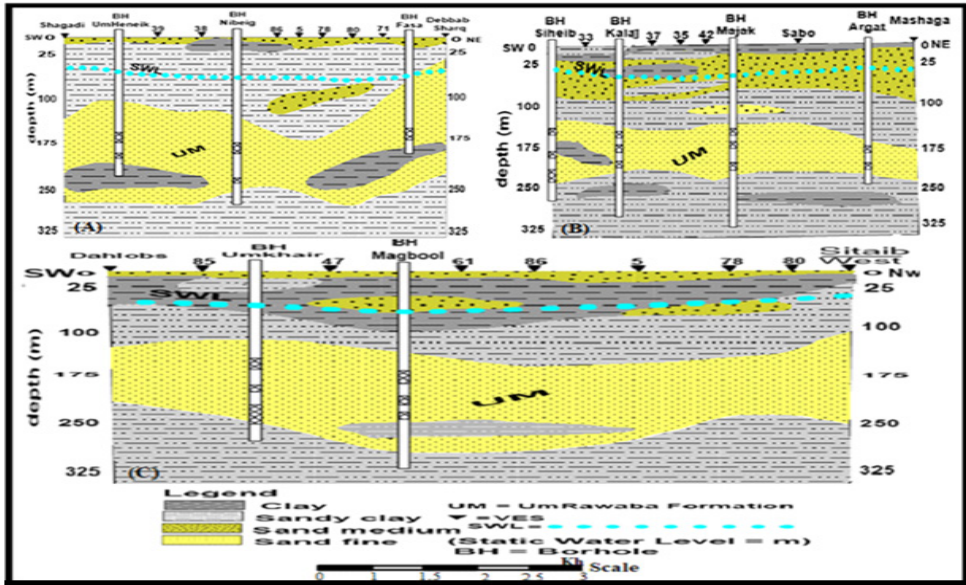


Figure (3): Stratigraphic demarcation using geoelectrical and lithology sections along (A-A-, B-B-, and C-C-).

▼ 5 Um Sikean ▼ 33 Al Jangai ▼ 35 Dayer South ▼ 37 Maad elBagar

▼ 38 Al Hireika ▼ 39 Um Darees ▼ 42 Mickeeinies ▼ 47 Antilla

▼ 61 Jem elRaice ▼ 71 Abu Shara ▼ 78 Angetu ▼ 80 Aghbash kokai

▼ 85 Kajjam ▼ 86 kajam Faarragalla.

#### Logging of Geophysical Wells:

These measurements are made by lowering different types of probes into a borehole and electrically transmitting data in the form of either analog or digital signals to the surface, where they are recorded as a function of depth or distance along the borehole. The measurements are related to the physical and chemical properties of the rocks surrounding the borehole, the properties of the fluid saturating the pore spaces in the formation, the properties of the fluid in the borehole, the construction of the well, or some combination of these factors.(8).

### Electrical Logging Interpretation:

The interpretation is based on empirical formulae that connect a porous formation's real resistivity to its lithological characteristics, the interstitial water's resistivity, and the amounts of water in the pores (9). Lithological determination is frequently performed by computer programs. To establish the following correlations between the various stratigraphic units in this region:

#### I, Siheib:

The static water level is measured at a depth of 44 m (Fig 3). According to electrical logs, the borehole is divided into three zones: the upper and second zones are made up of sand and a little clay and gravel, and the lower zones are made up of clay. Monitoring with gamma rays is used to measure the location of rock formations where clay minerals are formed, as clay minerals have great capabilities in the field of positive ion exchange, leading to a rise in their values that exceed 50. At the positive potential, there is an increase in the resistivity that exceeds 30 ohm.m. The second zone is made up of a sand layer mixed with a few clayey layers. These layers are separated by two aquifers (the upper and second), and the lower zone that is composed of clay indicates the dry zone.

#### II. Kalaj:

At this site, the results of electrical logs are divided into three zones. The upper zones are characterized by sand, and the second zone is made up of sandy clay. The resistivity of the formations in this zone shows an increase that reaches 25 ohms. The lower zone is covered by sticky clay, which reduces resistance values to 5 ohm.m. The static water level is measured at a depth of 44 m (Fig 4).

#### III.Radyia Majak:

In this borehole, a few clayey grains of sand and gravelly sands are presented in the lithological log. Sand is dominated

by facies observed at different levels and separated by a clayey-gravelly sand layer. The static water level is recorded at 77 m (Fig 4). Depending on the electrical logs of the borehole and the resistivity of these zones, it is about 20 to 25 ohm.m. According to the interpretation of lithology and electrical logs, the third zone can be delineated as an aquifer.

#### IV. Um Khair:

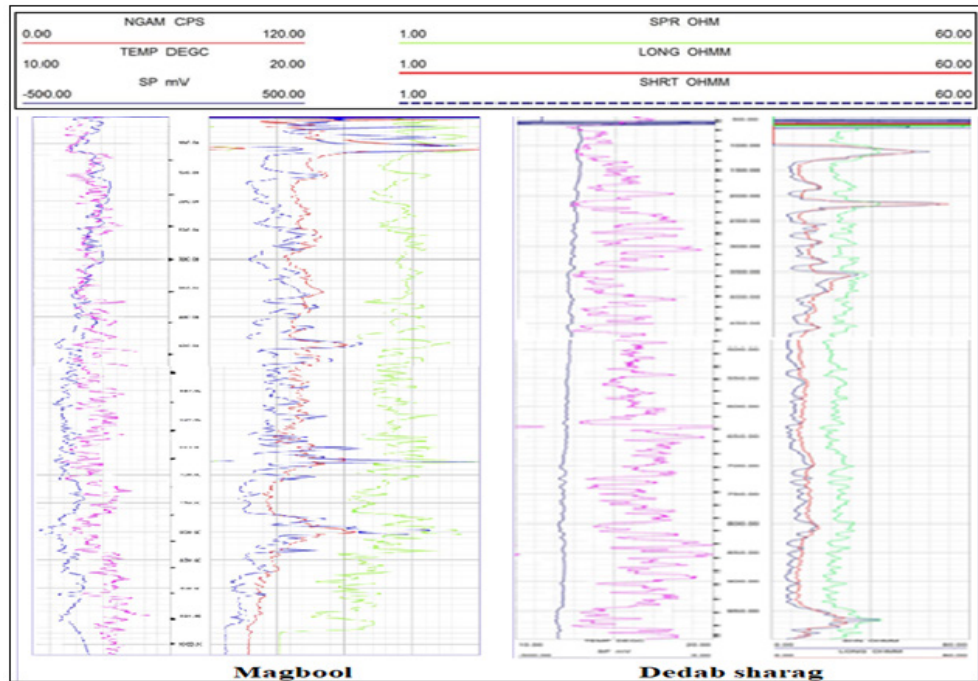
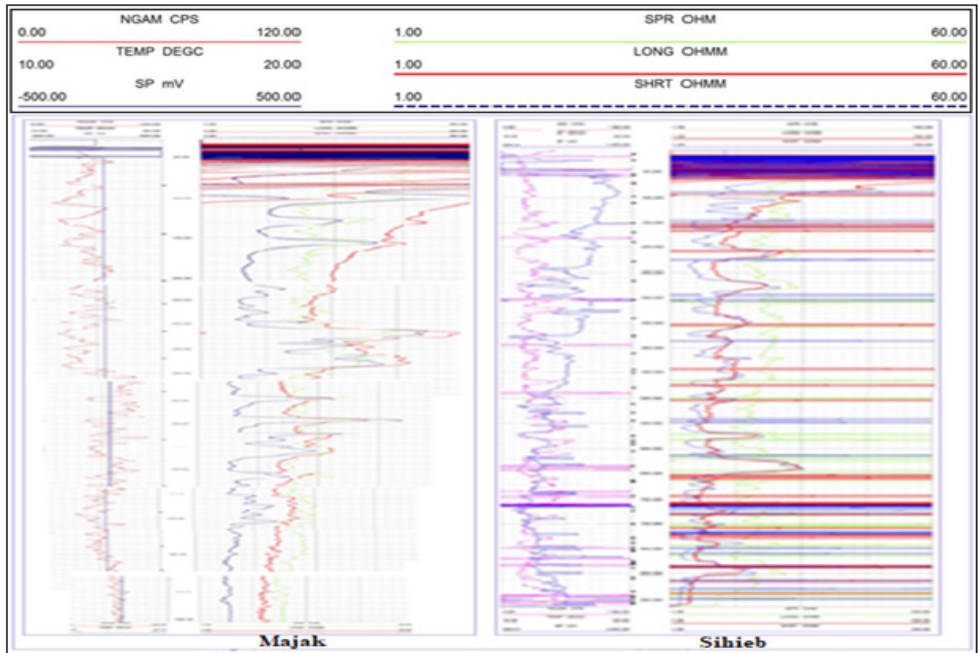
The lithological log in this borehole shows that sand and a few lenses of clay are present. The measured static water level is 48m (Fig 4). The formations in this zone exhibit an increase in resistivity that approaches 50 ohm.m. By using reference lithology and electrical logs, the last section, which extends from the well's end to a depth of 575 feet, is regarded as the major reservoir.

#### V. Magbool:

The static water level is measured at a depth of 44 m (Fig 4). At this site, the results of electrical logs are divided into three zones. The upper zones are characterized by sand, and the second zone is made up of sandy clay. The resistivity of the formations in this zone shows an average that reaches 15 ohm.m. The lower zone is covered by sticky clay, which shows a decrease in the resistivity values of 5 ohm.m.

#### VI. Debab Sharg:

At these sites, different horizons, little sand, and sticky clay are observed in the electrical logs. The logs reflect alternative and intercalated sand and clay layers in the different zones. This borehole is penetrated by three superficial deposit formations: the Um Ruwaba formation, sticky clay, and sandstone. Digging depths have reached 1,000 ft. These layers are characterized by a low resistivity of about 8 ohm.m compared with the other layers in this zone. Moreover, decreased resistivity may be attributed to saline water. (Fig 4).



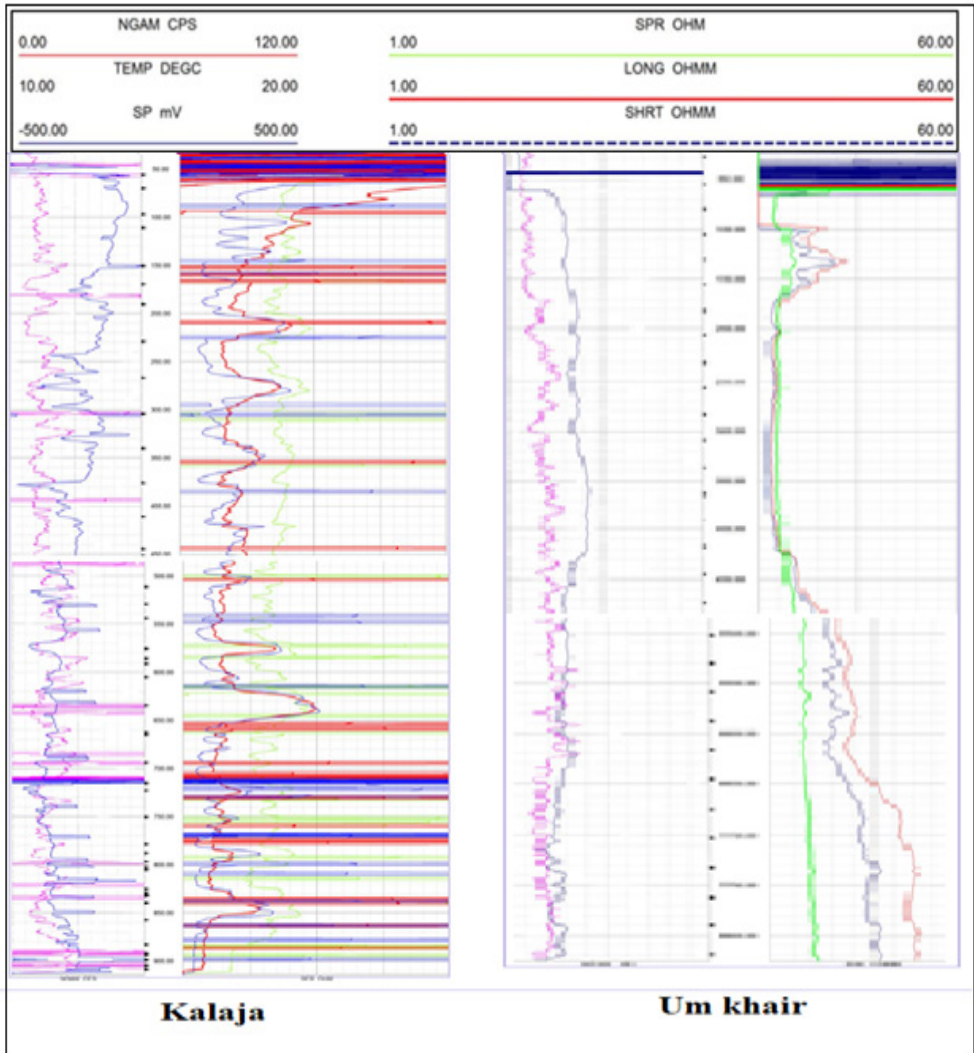


Figure (4) Geophysical well logging

Formation Factor Determinations by Well Logging Resistivity:

It is possible to take advantage of the aquifer resistance obtained from the electrical well logging in order to find the water resistance in the geological formation and then benefit from the electrical conductivity values obtained from the laboratory analysis. A summary of these techniques is found in “The Art of Ancient Log Analysis,” compiled by the Society of Professional

Well Log Analysts (1979). These values seem more suitable to be used as they are new to the site, and the measurements show that there may be local differences in groundwater resistance. In this work, a number of sites in the study area were used for electrical monitoring operations, and their electrical conductivity was measured. For laboratory samples, electrical conductivity measurements proved to be good. And the equation below can be used:

$$\text{Formation factor (Fa)} = \frac{\text{Aquifer Resistivity}}{\text{Water Resistivity}} \text{ (Logging)} \dots\dots\dots (1)$$

Water Resistivity

$$\text{Water Resistivity} = \frac{10.000 \text{ (Factor)}}{\text{Electrical conductivity (Lab)}} \dots\dots\dots (2)$$

Electrical conductivity (Lab)

The process begins with the SP log, which is used to determine the formation water resistivity (Rw), indications of lithology; next, the gamma ray log is introduced because of its use for the determination of porous zones. The porosity logs (acoustic and density) and that for the determination of the formation resistivity factor (Fa). All the above-mentioned coefficients were found in the field and in the laboratory using the above-mentioned equation, and the results were monitored as shown in the table below for the aquifers in the study area, upper and lower.

| Location      | Aquifer Resistivity (Ω-m) (Logging) | Electrical Conductivity(μs/cm) Lab | Water Resistivity ((Ω-m) | Formation factor ((Fa) | Lithology                      |
|---------------|-------------------------------------|------------------------------------|--------------------------|------------------------|--------------------------------|
|               |                                     |                                    |                          |                        | Upper Aquifer-depth(50-140 (m) |
| Dayer North   | 46                                  | 720                                | 13.8                     | 3                      | medium                         |
| KalagiEl-dood | 50                                  | 690                                | 14.5                     | 3.5                    | medium                         |
| Majak         | 47                                  | 457                                | 21.88                    | 2.1                    | medium                         |

| Location  | Aquifer Resistivity ( $\Omega$ -m) (Log-ging) | Electrical Conductivity( $\mu$ s/cm) Lab | Water Resistivity ( $\Omega$ -m) | Formation factor ((Fa) | Lithology                      |
|-----------|---|--|----------------------------------|------------------------|--------------------------------|
|           |   |  |                                  |                        | Upper Aquifer-depth(50-140 (m) |
| Suhiab    | 76  | 500                                      | 20                               | 3.8                    | coarse                         |
| Almagbool | 17  | 650                                      | 15.38                            | 1.1                    | Fine                           |
| Alasker   | 21  | 594                                      | 16.8                             | 1.7                    | Fine                           |
| Tafaha    | 40  | 684                                      | 14.6                             | 2.7                    | medium                         |
| Dambaloya | 25  | 450                                      | 22.2                             | 1.14                   | Fine                           |
| Gulei     | 74  | 796                                      | 12.6                             | 5.87                   | coarse                         |
| Um khair  | 87  | 541                                      | 18.48                            | 4.7                    | coarse                         |
| Abugazala | 23  | 320                                      | 31.25                            | 1                      | Fine                           |
| Angoal    | 93  | 549                                      | 18.2                             | 5                      | coarse                         |
| Malam     | 52  | 514                                      | 19.45                            | 2.67                   | medium                         |
| Moglad    | 39  | 533                                      | 18.76                            | 2.1                    | Fine                           |
| Al dibab  | 24  | 240                                      | 41.66                            | 1                      | Fine                           |
| U. gomash | 60  | 660                                      | 15.15                            | 3.9                    | medium                         |
| U.garnjak | 103   | 400                                      | 25                               | 4.12                   | coarse                         |

In the study area, the Upper Aquifer depth (50–140 m):

In the study area, the lower aquifer depth (152400- m):

| Location      | Aquifer Resistivity ( $\Omega$ -m) (Log-ging) | Electrical Conductivity( $\mu$ s/cm) Lab | Water Resistivity ( $\Omega$ -m) | Formation factor ((Fa) | Lithology                       |
|---------------|---|--|----------------------------------|------------------------|---------------------------------|
|               |   |  |                                  |                        | Lower Aquifer-depth(152-400 (m) |
| Dayer North   | 20  | 720                                      | 13.8                             | 1.4                    | Fine                            |
| Kalagi Eldood | 38  | 690                                      | 14.5                             | 2.6                    | medium                          |

|           |    |     |       |      |        |
|-----------|----|-----|-------|------|--------|
| Majak     | 35 | 457 | 21.88 | 1.59 | Fine   |
| Suhiab    | 44 | 500 | 20    | 2.2  | medium |
| Almagbool | 21 | 650 | 15.38 | 1.5  | Fine   |
| Alasker   | 18 | 594 | 16.8  | 1.1  | Fine   |
| Tafaha    | 45 | 684 | 14.6  | 3    | medium |
| Dambaloya | 31 | 450 | 22.2  | 1.4  | Fine   |
| Gulei     | 67 | 796 | 12.6  | 5.3  | coarse |
| Um khair  | 99 | 541 | 18.48 | 5.4  | coarse |
| Abugazala | 24 | 320 | 31.25 | 1    | Fine   |
| Angoal    | 63 | 549 | 18.2  | 3.46 | coarse |
| Malam     | 55 | 514 | 19.45 | 2.9  | medium |
| Talatat   | 24 | 520 | 19.23 | 1.2  | Fine   |
| Moglad    | 51 | 533 | 18.76 | 2.7  | medium |
| Al dibab  | 25 | 240 | 41.66 | 1    | Fine   |
| U. gomash | 65 | 660 | 15.15 | 3.7  | medium |
| U.garnjak | 55 | 400 | 25    | 2.1  | medium |

| Upper Aquifer-<br>(depth(50-140 m     | Lithology Description | Formation factor<br>(Fa |
|---------------------------------------|-----------------------|-------------------------|
|                                       | Fine                  | -1.5 1                  |
|                                       | Medium                | -3.5 2                  |
|                                       | Course                | -6 4                    |
| Lower Aquifer-<br>depth(152-400<br>(m | Lithology Description | Formation factor<br>(Fa |
|                                       | Fine                  | -1.5 1                  |
|                                       | Medium                | -3.5 2                  |
|                                       | Course                | -6 5                    |

#### The Relationship between Water Resistivity and Quality:

In situ water-quality measurements concerning various ions and dissolved solids concentrations have been closely approximated using open-hole borehole geophysical logs. Analyses have revealed a strong relationship between water resistivity (as

determined by logs) and dominant ion concentrations in granular formations sampled from a wide range of water quality. It was found that water resistivity was accurately determined by cross-plotting saturated formation resistivity ( $R_o$ ), obtained from normal or lateral resistivity logs, against formation bulk porosity from neutron, density, or acoustic velocity logs (10). It was found that the resistivity of water is directly determined by the concentration of dissolved salts that are found in the water (11). If there is an ample amount of dissolved salts in the water, the water will have low resistivity. The opposite is also true. But there usually exists a strong correlation between water resistivity and ion concentration for the major ions present within a particular mass type (calcium carbonate, sodium chloride, etc.). Considering these investigations of formation factors and calculations of water resistivity in the study area.

#### Conclusion:

Through the geo-electrical models, the above ranges of resistivity are used to construct geo-electrical sections for each site. However, the main features in the study area of the interpreted models can be summarized as follows:

- The bulk of the sedimentary section is composed of low-resistivity sediments, generally clays or sands saturated with brackish water. The thickness of these sediments amounts to more than 200 meters.

- Medium resistivity horizons at upper levels are generally attributed to saturated coarse sands. These sandy bodies may be from upper perched aquifers which are generally discontinuous.

- Most of the VES curves and well logging charts indicate a relative rise in resistivity at a depth generally greater than 200 m. This is demonstrated clearly by several curves that represent the

top of a higher resistivity zone generally formed of sands saturated with freshwater. This resembles the target zone for this study.

✓ Based on all the findings made in the interpretation of the VES data and well logging and lithology, the thickness and values of resistivity of the aquifers indicate the medium potential for groundwater. Conclusively, the study area has a high potential for groundwater development.

#### Recommendations:

To improve the lifestyle in the study area, the main recommendation is to avoid water of low quality and not enough quantity. There are some recommendations for future groundwater studies for the study area.

1. From geophysical studies and borehole data, the study area is suitable for deep groundwater drilling.
2. Construct an effective network of observation wells to conduct proper pumping tests and hence estimate reliable aquifer parameters.
3. Water harvesting through the construction of dams and hafirs in main wadis, e.g. (Regaba ez Zaraga-Gulei area-Wadi Alghala) the area and the establishment of a pipeline network in the area adjacent to the surface water resource.
4. The geophysical logging should be carried out in the boreholes to demarcate the saturated layers and their water quality.
5. To obtain more accurate and reliable results, computer technology and the latest software for groundwater research are recommended.
6. Detail hydro geological studies should be conducted (especially in the southern part of the study area) to estimate the water budget and to design a proper water

management system in the study area, Therefore, we recommend making modelling the amount of pumping increases, and this depends on the urban and industrial development because the study area depends on direct pumping from the aquifer.

7. The economic activity can be changed from a mobile pastoral system to a stable agricultural system by replacing crops with high water needs with others that use less water for irrigation due to the availability of surface and groundwater resources in the area.

## References:

- (1) M. R. S. Sampath Kumar and G. Swathi (2014). Vertical electrical sounding (VES) for subsurface geophysical investigation in Kanigiri area, Prakasam district, Andhra Pradesh, India.
- (2) Groundwater Geophysics A Tool for Hydrogeology, Reinhard Kirsch | Apr 28, 2006.
- (3) Babanusa Metrological Station (BMS), (2020).
- (4) [https://geographic.org/global\\_weather/sudan/babanusa\\_628090\\_99999.html](https://geographic.org/global_weather/sudan/babanusa_628090_99999.html)
- (5) Whiteman 1971. The geology of the Sudan Republic. Clarendon Press, Oxford, Britain, 290 p. The Nile silts and the Wadies deposits are the youngest sediments encountered in the study area.
- (6) Roosen H, Tezkan B (1998) Mehrdimensionale Interpretation von Schlumberger Sondierungen zur Erkundung von Restfundamenten des ehemaligen Bahnbetriebswerkes Düren. Proc 5. DGG-Seminar "Ingenieur- und Umweltgeophysik", Mitteilungen der Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft, Sonderband II/99.
- (7) Rizzo E, Suski B, Revil A, Straface S, Troisi S (2004) Self-potential signals associated with pumping tests experiments. J Geophys Res 109:B10203, doi: 10.10292004/JB003049.
- (8) Herbert, R., Barker, J.A. and Kitching, R. (1992). New approaches to pumping test interpretation for dug wells constructed on hard rock aquifers. In: Wright, E.P. and Burgess, W.G. (eds), Hydrogeology of Crystalline Basement Aquifers in Africa. Geological Society Special Publication No. 66, 221-242.
- (9) Improved freshwater assessment in sand aquifers utilizing geophysical well logs. RP Alger, CW Harrison - The Log Analyst, 1989 - onepetro.org.
- (10) Enhanced Interpretation of Russian and Old Electrical Resistivity Logs Using Modeling and Inversion Methods. October 1997 by :M.A. Frenkel.

- (11) Hussain, Y., Ullah, S.F., Akhter, G. *et al.* Groundwater quality evaluation by electrical resistivity method for optimized tube well site selection in an arid stressed Thar Doab Aquifer in Pakistan. *Model. Earth Syst. Environ.* 3, 15 (2017):
- (12) <https://doi.org/10.1007/s408083-0282-017->.
- (13) Specific conductance as an indicator of total dissolved solids in cold, dilute waters. A. G. THOMAS 1986. Institute of Hydrology, Wallingford, Oxfordshire, OX10 8BB, UK.
- (14) ABEM Instrument AB Lofstroms Alle 6a, S-172 66 Sönderby, Sweden: albaridal@iilikturuni:
- (15) [sales@guidelinegeo.com](mailto:sales@guidelinegeo.com).
- (16) Computer program (IPI2 WIN) version of the software for data analysis

# Various Characterizations of Optimal Orlicz domains in Sobolev embeddings into Marcinkiewicz spaces

**Dr. Isam Eldin Ishag Idris**

University of Kordofan- Faculty of Education- Department of Mathematics

**Dr. Aisha Yousif Mustafa**

Sudan University of Science and Technology- Faculty of Education- Department of Mathematics

## Abstract

We present and follow the method of Optimal Orlicz domains in Sobolev embeddings into Marcinkiewicz spaces [20] for determining whether there exists a largest Orlicz  $L^A(\Omega)$  satisfying the Sobolev embedding  $W^m L^A(\Omega) \hookrightarrow Y(\Omega)$   $W^m L^A(\Omega) \hookrightarrow Y(\Omega)$

where  $Y(\Omega)$  stands for an arbitrary so-called Marcinkiewicz endpoint space. The tool developed enables us to investigate the optimality of Orlicz domain spaces in Sobolev embeddings and also in Sobolev trace embeddings on domains  $\Omega$  in  $\mathbb{R}^{(2+\epsilon)}$  with various regularity.

**Keywords:** Optimal Orlicz domains , Sobolev embedding , Orlicz space , Marcinkiewicz Spaces

## معايير مختلفة لمجالات أورليش المثلى في طمر سوبوليف داخل فضاءات مارسينكيفيتش

د. عصام الدين اسحق إدريس محمد - جامعة كردفان

د. عائشة يوسف مصطفى محمد - جامعة السودان للعلوم والتكنولوجيا

### مستخلص

عرضنا و اتبعنا طريقة مجالات أورليش المثلى في طمر سوبوليف داخل فضاءات

مارسينكيفيتش [20] لتحديد ما إذا كان هنالك وجود أوسع لفضاء أورليش  $L^A(\Omega)L^A(\Omega)$

يحقق طمر سوبوليف  $W^mL^A(\Omega) \hookrightarrow Y(\Omega)W^mL^A(\Omega) \hookrightarrow Y(\Omega)$  عندما يعتمد

فضاء باناخ الدالي  $Y(\Omega)Y(\Omega)$  على ما يسمى بفضاء مارسينكيفيتش الإختياري للنقطة الحدية . الوسيلة التي طورت تمكنا من فحص الأمثلية في مجال فضاءات أورليش في طمر سوبوليف و

أيضا في أثر طمر سوبوليف على مجالات  $\Omega\Omega$  في الفضاء الحقيقي  $\mathbb{R}^{(2+\epsilon)}\mathbb{R}^{(2+\epsilon)}$  مع إنتظام مختلف.

**كلمات مفتاحية:** مجالات أورليش المثلى- طمر سوبوليف - فضاء أورليش - فضاءات

مارسينكيفيتش

## 1. Introduction and main results

For a given Banach function space  $Y(\Omega), Y(\Omega)$ , we study the question whether there exists an optimal (i.e. largest) Orlicz space  $L^A(\Omega)L^A(\Omega)$  satisfying the embedding  $W^mL^A(\Omega) \hookrightarrow Y(\Omega)$ ,  $W^mL^A(\Omega) \hookrightarrow Y(\Omega)$ , where  $\Omega\Omega$  stands for a bounded domain in  $\mathbb{R}^{(2+\epsilon)}$ ,  $\epsilon > -2$  and  $W^mL^A(\Omega)W^mL^A(\Omega)$  is an Orlicz-Sobolev space. By optimality we mean that the space  $L^A(\Omega)L^A(\Omega)$  cannot be replaced by any strictly bigger Orlicz space, i.e., every embedding of an Orlicz-Sobolev space to  $Y(\Omega)Y(\Omega)$  factorizes through the space  $W^mL^A(\Omega)W^mL^A(\Omega)$ .

In general setting of rearrangement-invariant (r.i.) Banach function spaces, such questions were investigated using the method of reducing the Sobolev embeddings to the boundedness of an appropriate modification of the weighted Hardy operator. In the setting of r.i. spaces, the optimal domain and the optimal target

spaces are then explicitly described ( see [10,11,16,17]).

However, for certain specific applications such as to the solution of partial differential equations, it is often useful to investigate the optimality of spaces in Sobolev-type embeddings restricted to the context of Orlicz spaces. This creates a difficult and important problem that has been studied by several authors( see e.g. [3-6,8,10,12,13]). In particular, the situation is significantly different than in the broader sense of r.i. spaces.

Consider, for instance, the well-known classical Sobolev embedding

$$W^1 L^{1+\epsilon}(\Omega) \hookrightarrow L^{(1+\epsilon)^*}(\Omega), W^1 L^{1+\epsilon}(\Omega) \hookrightarrow L^{(1+\epsilon)^*}(\Omega),$$

where  $0 < \epsilon < 2\epsilon$   $0 < \epsilon < 2\epsilon$  ,  $(1 + \epsilon)^* = \left(\frac{2\epsilon^2 + 3\epsilon + 1}{\epsilon}\right)$

$(1 + \epsilon)^* = \left(\frac{2\epsilon^2 + 3\epsilon + 1}{\epsilon}\right)$  and  $\Omega$  has a Lipschitz boundary. Both the spaces  $L^{1+\epsilon}(\Omega)$  and  $L^{(1+\epsilon)^*}(\Omega)$  that appear in this embedding are clearly optimal in the context of Lebesgue spaces, the former as the domain and the latter as the range. It turns out that they are optimal even in the broader context of Orlicz spaces, but that is a deeper observation and more difficult to prove. The optimality of the range space  $L^{(1+\epsilon)^*}(\Omega)$  follows from a general result of A.Cianchi [3]. On the other hand, the optimality of the domain space  $L^{1+\epsilon}(\Omega)$  has not been known so far and will follow from our more general statement below (Example 5.2)).

In the limiting case when  $\epsilon = 0$ , the situation is different and more interesting, First, if we fix the domain space  $L^{2+\epsilon}(\Omega)$ , then there is no optimal range Lebesgue space  $L^{\frac{1+\epsilon}{\epsilon}}(\Omega)$  that would render the embedding  $W^1 L^{1+2\epsilon}(\Omega) \hookrightarrow L^{\frac{1+\epsilon}{\epsilon}}(\Omega)$ ,

$W^1 L^{1+2\epsilon}(\Omega) \hookrightarrow L^{\frac{1+\epsilon}{\epsilon}}(\Omega)$ , true, because it holds for every  $\epsilon < \infty$ ,  $\epsilon < \infty$ , but not for  $\epsilon = \infty$ . This discrepancy was remedied in the 1960s by a clever use of special Orlicz spaces of an exponential type. In particular, by now classic results of N.S. Trudinger, S.I. Pokhozhaev, and V.I. Yudovich (see [25, 27]), one has  $W^1 L^{1+2\epsilon}(\Omega) \hookrightarrow \exp L^{(1+2\epsilon)' }(\Omega)$ , where  $(1 + 2\epsilon)' = \frac{1+2\epsilon}{2\epsilon}(1 + 2\epsilon)' = \frac{1+2\epsilon}{2\epsilon}$ . Now, both the domain space  $L^{1+2\epsilon}(\Omega)$  and the range space  $\exp L^{(1+2\epsilon)' }(\Omega)$  are Orlicz spaces, and therefore we may ask, again, about their optimality. It turns out that, while the target space is the optimal (that means smallest) Orlicz space that renders this Sobolev embedding true (this was originally proved by J.A. Hempel, G.R. Morris and N.S. Trudinger in [13] and it also follows from a general result of A. Cianchi [3]), the domain space is not. Rather surprisingly, it can even be shown that such an optimal Orlicz domain space does not exist at all. More precisely, given an Orlicz space  $L^A(\Omega)$  such that  $W^1 L^A(\Omega) \hookrightarrow \exp L^{(1+2\epsilon)' }(\Omega)$ , there always exists another Orlicz space  $L^B(\Omega)$ , strictly bigger than  $L^A(\Omega)$  such that  $W^1 L^B(\Omega) \hookrightarrow \exp L^{(1+2\epsilon)' }(\Omega)$ . This result was shown in [23].

It is clear from the examples that even the very existence of an optimal Orlicz partner (either range or domain) is highly nontrivial and very interesting. However, the question of existence (and, possibly, characterization) of an optimal Orlicz domain partner, is of interest also in a more general situation when the given target space is not necessarily an Orlicz space. For

instance, one has the embedding  $W^1L^{1+\epsilon}(\Omega) \hookrightarrow L^{\left(\frac{1+\epsilon}{\epsilon}\right)^*, 1+\epsilon}(\Omega)$ ,  $W^1L^{1+\epsilon}(\Omega) \hookrightarrow L^{\left(\frac{1+\epsilon}{\epsilon}\right)^*, 1+\epsilon}(\Omega)$ , (see e.g. [14, 19-22]) in which the target space is a usual two-parameter Lorentz space. Moreover, it is known that  $L^{(1+\epsilon)^*, 1+\epsilon}(\Omega) L^{(1+\epsilon)^*, 1+\epsilon}(\Omega)$  is the optimal r.i. range space in this embedding and the space  $L^{1+\epsilon}(\Omega) L^{1+\epsilon}(\Omega)$  is the optimal r.i. domain space (see [11] or [10]). Therefore,  $L^{1+\epsilon}(\Omega) L^{1+\epsilon}(\Omega)$  is automatically also the optimal Orlicz space in this embedding.

On the other hand, when we start with the space  $L^\infty(\Omega) L^\infty(\Omega)$  at the position of this range space, then, again, as A. Cianchi and L. Pick showed in [7], an optimal Orlicz space does not exist at all. This situation resembles the above-mentioned embedding in which the target was the space  $\exp L^{(1+2\epsilon)' }(\Omega), \exp L^{(1+2\epsilon)' }(\Omega)$ . Apart from these two very particular cases the question of the existence of an optimal Orlicz space has been open.

The general question of optimality among the Orlicz spaces has already been studied (see [3, 4, 8-10, 12]) however, all those papers focus on the optimality of target spaces. In the case of range, it turns out the answer is always affirmative, and, furthermore, an explicit description of the optimal Orlicz space is available. The situation is however dramatically different when the target space is fixed and the optimality of the domain space is in question.

Optimal Orlicz domains in Sobolev embeddings into Marcinkiewicz spaces [20] study this question in the special case when the target space is chosen from the class of the so-called Marcinkiewicz endpoint spaces. This is not as restrictive as it may seem since the most customary cases including those given by the previous examples are covered.

An important ingredient of our approach is the use of known

reduction theorems (see [10, Theorems 6.1 and 6.4]) and [9, Theorem 1.3]. This method will enable us to circumvent working with Sobolev spaces to consider instead the boundedness of operator

$$H_{1-\epsilon}^{1+\epsilon} \sum_j f_j(1-\epsilon) := \int_{1+\epsilon}^1 \sum_j f_j(1-\epsilon)(1-\epsilon)^{-\epsilon} d(1-\epsilon), \quad 0 < \epsilon < 1,$$

in one dimension. Here  $0 < \epsilon < 1, 0 \leq \epsilon < \infty,$

$0 < \epsilon < 1, 0 \leq \epsilon < \infty,$  and  $\epsilon \geq \frac{1}{2}, \epsilon \geq \frac{1}{2}.$  Then, by using various special cases of  $(1-\epsilon)(1-\epsilon)$  and  $(1+\epsilon)(1+\epsilon)$  we obtain applications not only to Sobolev embeddings but also to the trace Sobolev embeddings of different orders and on various domains in  $\mathbb{R}^{1+2\epsilon} \mathbb{R}^{1+2\epsilon}$  at once.

Now we are in a position to state our main result which gives a complete characterization of when the optimal Orlicz domain exists, and also its explicit description. Simply put, to a given Marcinkiewicz endpoint space  $M(\Omega) M(\Omega)$  we construct an “optimal Orlicz candidate”  $L^B(\Omega) L^B(\Omega)$  in terms of the fundamental function. We exploit the fact that to a given fundamental function there always exists a uniquely defined Orlicz space. Next, we test whether the embedding  $W^m L^B(\Omega) \hookrightarrow M(\Omega) W^m L^B(\Omega) \hookrightarrow M(\Omega)$  holds. If so, then we show that  $L^B(\Omega) L^B(\Omega)$  is the optimal Orlicz domain. Otherwise, we can prove that an optimal Orlicz domain does not exist at all. The general result reads as follows (see [20]).

**Theorem A** Let  $0 \leq \epsilon < 1, \epsilon \geq 0, 0 \leq \epsilon < 1, \epsilon \geq 0,$   
 $\epsilon \geq \frac{1}{2}, \epsilon \geq \frac{1}{2}$  and let  $M(0,1) M(0,1)$  be a Marcinkiewicz  
 endpoint space with a fundamental function  $\varphi \varphi$

satisfying  $\sup_{0 < \epsilon < 1} \varphi \left( (1 - \epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} \right) (1 - \epsilon)^{-\epsilon} = \infty$ .

$\sup_{0 < \epsilon < 1} \varphi \left( (1 - \epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} \right) (1 - \epsilon)^{-\epsilon} = \infty$ .

Let  $X(0,1)X(0,1)$  be the largest r.i. space satisfying  $H_{1-\epsilon}^{1+\epsilon} := X(0,1) \rightarrow M(0,1); H_{1-\epsilon}^{1+\epsilon} := X(0,1) \rightarrow M(0,1)$ . Denote by  $L^B(\Omega)L^B(\Omega)$  the Orlicz space having the same fundamental function as the space  $X(0,1)X(0,1)$ . Then the following statements are equivalent.

(i) There exists a largest Orlicz space  $L^A(\Omega)L^A(\Omega)$  satisfying the relation  $H_{1-\epsilon}^{1+\epsilon} : L^A(0,1) \rightarrow M(0,1); H_{1-\epsilon}^{1+\epsilon} : L^A(0,1) \rightarrow M(0,1)$ ;

(ii)  $H_{1-\epsilon}^{1+\epsilon} : L^B(0,1) \rightarrow M(0,1); H_{1-\epsilon}^{1+\epsilon} : L^B(0,1) \rightarrow M(0,1)$ ;

(iii)  $L^B(0,1) \subseteq X(0,1); L^B(0,1) \subseteq X(0,1)$ ;

(iv)  $(1 - \epsilon)_{1-\epsilon} : L^{\tilde{B}}(0,1) \rightarrow L^{\tilde{B}}(0,1)$ ,

$(1 - \epsilon)_{1-\epsilon} : L^{\tilde{B}}(0,1) \rightarrow L^{\tilde{B}}(0,1)$ , where

$(1 - \epsilon)_{1-\epsilon}(1 - \epsilon)_{1-\epsilon}$  is the operator given by

$$\Sigma((1 - \epsilon)_{1-\epsilon} f_j)(1 - \epsilon) := (1 - \epsilon)^{-\epsilon} \sup_{0 < \epsilon < \frac{1}{2}} \Sigma(1 - \epsilon)^{-\epsilon} f_j^*(1 - \epsilon),$$

$$\Sigma((1 - \epsilon)_{1-\epsilon} f_j)(1 - \epsilon) := (1 - \epsilon)^{-\epsilon} \sup_{0 < \epsilon < \frac{1}{2}} \Sigma(1 - \epsilon)^{-\epsilon} f_j^*(1 - \epsilon),$$

$0 < \epsilon < 1$ ;

(v) there exists some  $\epsilon \geq 0, \epsilon \geq 0$  such that

$$\int_1^{2+\epsilon} \frac{\tilde{B}(1-\epsilon)}{(1-\epsilon)^{\frac{-1}{\epsilon}}} d(1-\epsilon) \lesssim \frac{\tilde{B}(\epsilon^2+3\epsilon+2)}{(2+\epsilon)^{\frac{-1}{\epsilon}}},$$

$$\int_1^{2+\epsilon} \frac{\tilde{B}(1-\epsilon)}{(1-\epsilon)^{\frac{-1}{\epsilon}}} d(1-\epsilon) \lesssim \frac{\tilde{B}(\epsilon^2+3\epsilon+2)}{(2+\epsilon)^{\frac{-1}{\epsilon}}},$$

$0 < \epsilon < \infty, 0 < \epsilon < \infty$ . Moreover, if  $\tilde{B}\tilde{B}$  satisfies the  $\Delta_2\Delta_2$  condition, then each of the conditions(i)-(v) is equivalent to the

following statement:

(vi) there exists some  $\epsilon \geq 0$  such

that  $\lim_{1-\epsilon \rightarrow \infty} \sup \frac{B(2+\epsilon)}{\tilde{B}(\epsilon^2+3\epsilon+2)} < (1+\epsilon)^{\frac{-1}{\epsilon}}$

$$\lim_{1-\epsilon \rightarrow \infty} \sup \frac{B(2+\epsilon)}{\tilde{B}(\epsilon^2+3\epsilon+2)} < (1+\epsilon)^{\frac{-1}{\epsilon}}$$

Note that the condition on  $\varphi$  causes no loss of generality, since otherwise

$H_{1-\epsilon}^{1+\epsilon}: L^1(0,1) \rightarrow M(0,1)$ . The details are discussed in Remark 3.7.

The proof of Theorem A relies on the next result of independent interest, which provides us with a reduction theorem for Orlicz and Marcinkiewicz spaces (see [20]).

**Theorem B** Let  $0 \leq \epsilon < 1, \epsilon \geq \frac{1}{2}$  and let  $L^A(0,1)$  be an Orlicz space with a Young function  $A$  and  $M(0,1)$  be a Marcinkiewicz endpoint space with a fundamental function  $\varphi$  satisfying

$$\sup_{2 > \epsilon > 1} \varphi \left( (2 + \epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} \right) (1 - \epsilon)^{-\epsilon} = \infty.$$

$\sup_{2 > \epsilon > 1} \varphi \left( (2 + \epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} \right) (1 - \epsilon)^{-\epsilon} = \infty$ . Then the relation  $H_{1-\epsilon}^{1+\epsilon}: L^A(0,1) \rightarrow M(0,1)$  holds if and

only if there exists  $C > 0$  such that

$$\int_1^{2+\epsilon} \frac{\tilde{A}(1-\epsilon)}{(1-\epsilon)^{\frac{-(1+\epsilon)}{\epsilon}}} d(1-\epsilon) \lesssim \frac{\tilde{B}(C(2+\epsilon))}{(2+\epsilon)^{\frac{-1}{\epsilon}}}, \quad 0 < \epsilon < \infty,$$

where  $B$  is a Young function described in Theorem A and  $\tilde{A}$  and  $\tilde{B}$  are complementary Young functions to  $A$  and  $B$  respectively.

Our final principal result describes the fundamental function of the optimal r.i. domain space (see [20]).

**Theorem C**  $0 \leq \epsilon < 1, \epsilon \geq \frac{1}{2}$ .  $0 \leq \epsilon < 1, \epsilon \geq \frac{1}{2}$ . Suppose that  $M(0,1)M(0,1)$  is the Marcinkiewicz endpoint space with a fundamental function  $\varphi$ . Then the fundamental function  $\varphi_X$  of the largest r.i. space  $X(0,1)X(0,1)$  having the property  $H_{1-\epsilon}^{1+\epsilon}: X(0,1) \rightarrow M(0,1)$  satisfies  $\varphi_X(1-\epsilon) \simeq (1-\epsilon) \sup_{0 < \epsilon < 1} \varphi \left( (1-\epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} \right) (1-\epsilon)^{-\epsilon}, 0 < \epsilon < 1$ .

The paper is structured as follows. In Section 2 we collect all the necessary basic background material. In Section 3 we prove Theorem B and Theorem C. In Section 4 we prove Theorem A. Finally, Section 5 contains various applications and examples of the main result.

## 2. Function spaces

By  $A \lesssim BA \lesssim B$  and  $A \gtrsim BA \gtrsim B$  we mean that  $A \leq CBA \leq CB$  and  $A \geq CBA \geq CB$ , respectively, where  $C$  is a positive constant independent of the appropriate quantities involved in  $A$  and  $B$ . We shall write  $A \asymp BA \asymp B$  when both of the estimates  $A \lesssim B$  and  $A \gtrsim B$  are satisfied. We shall use the convention  $0 \cdot \infty = 0, \frac{0}{0} = 0, \frac{\infty}{\infty} = 0$  and  $\frac{\infty}{0} = 0, \frac{0}{\infty} = 0$ .

When  $X$  and  $Y$  are Banach spaces, we say that  $X$  is embedded into  $Y$ , and write  $X \hookrightarrow Y$ , if  $X \subseteq Y$  and there exists a positive constant  $C$ , such that  $\|\sum_j f_j\|_Y \leq C \sum \|f_j\|_X$  for every  $f_j \in X$ . We say that a linear operator  $T$  defined on  $X$  with values in  $Y$  is bounded if there

exists a constant  $C > 0$  such that  $\|\sum_j f_j\|_Y \leq C \sum \|f_j\|_X$  for every  $f_j \in X$ . We write  $T: X \rightarrow Y$  in this case.

We say that a function  $G: [0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$  satisfies the  $\Delta_2$  condition at infinity if there exist  $\epsilon > -1$  and  $T \geq 0$  such that  $G(4 + 2\epsilon) \leq (1 + \epsilon)G(2 + \epsilon)$  for every  $2 + \epsilon \geq T$ . We will use only  $\Delta_2$  condition at infinity, hence we shall shortly say  $\Delta_2$  condition and write  $G \in \Delta_2$ .

For a nonnegative functions  $f_j$  we shall write  $\int_0^c \sum f_j < \infty$  when there exists some  $c > 0$  such that the integral  $\int_0^c \sum f_j$  converges. By integral we always mean the Lebesgue integral.

### 2.1 Rearrangement-invariant spaces

We recall definitions and some basic facts concerning the rearrangement-invariant spaces, which we will need in the following text. We shall not prove well-known results, all proofs and further details can be found in C. Bennett and R. Sharpley [1].

Suppose  $\Omega$  is a domain in  $\mathbb{R}^{(1+2\epsilon)}$ . Let  $\mathcal{M}(\Omega)$  be a class of real-valued measurable functions on  $\Omega$  and  $\mathcal{M}^+(\Omega)$  the class of nonnegative functions in  $\mathcal{M}(\Omega)$ .

Given  $f_j \in \mathcal{M}$  we define its nonincreasing rearrangement on  $(0, |\Omega|)$  as

$$\sum f_j^*(1 + \epsilon) := \inf \left\{ \lambda > 0, \mu_{\sum f_j}(\lambda) \leq 1 + \epsilon \right\}, \quad 0 \leq \epsilon < |\Omega|,$$

where  $\mu_{\Sigma f_i}, \mu_{\Sigma f_i}$  is the distribution function of  $f_j f_j$ , i.e.,

$$\mu_{\Sigma f_j}(\lambda) := \left| \left\{ x \in \Omega, \sum |f_j(x)| > \lambda \right\} \right|, \lambda > 0,$$

where the  $|\cdot|$  stands for the Lebesgue measure. The Hardy average  $f_j^{**} f_j^{**}$  is defined on  $(0, |\Omega|)(0, |\Omega|)$  as

$$\Sigma f_j^{**} (1 + \epsilon) = \frac{1}{1+\epsilon} \int_0^{1+\epsilon} \Sigma f_j^* (1 - \epsilon) d(1 - \epsilon), \quad 0 \leq \epsilon < |\Omega|.$$

$$\Sigma f_j^{**} (1 + \epsilon) = \frac{1}{1+\epsilon} \int_0^{1+\epsilon} \Sigma f_j^* (1 - \epsilon) d(1 - \epsilon), \quad 0 \leq \epsilon < |\Omega|.$$

Let  $f_j, g_j \in \mathcal{M}^+(\Omega), f_j, g_j \in \mathcal{M}^+(\Omega)$ . Then we have the Hardy-Littlewood inequality

$$\int_{\Omega} \sum f_j(x) g_j(x) dx \leq \int_0^{|\Omega|} \sum f_j^*(1 + \epsilon) g_j^*(1 + \epsilon) d(1 + \epsilon).$$

When  $E \subseteq \Omega E \subseteq \Omega$  is measurable, we denote by  $\chi_E \chi_E$  the characteristic function of  $EE$ . A simple function is a finite sum  $\sum_j \lambda_j \chi_{E_j}, \sum_j \lambda_j \chi_{E_j}$ , where  $\lambda_j \neq 0, \lambda_j \neq 0$  is a real number and  $E_j \subseteq \Omega E_j \subseteq \Omega$  has finite measure for every index  $jj$ .

Denote by  $I$  the interval  $(0, 1), (0, 1)$ . A mapping  $\rho: \mathcal{M}^+(I) \rightarrow [0, \infty]$   $\rho: \mathcal{M}^+(I) \rightarrow [0, \infty]$  is called a rearrangement-invariant (r.i.)

Banach function norm on  $\mathcal{M}^+(I) \mathcal{M}^+(I)$  if for all

$$f_j, g_j, f_{(1+2\epsilon)} (1 + 2\epsilon \in \mathbb{N}) \text{ in } \mathcal{M}^+(I),$$

$f_j, g_j, f_{(1+2\epsilon)} (1 + 2\epsilon \in \mathbb{N})$  in  $\mathcal{M}^+(I)$ , for all constants  $a \geq 0$   $a \geq 0$  and for every measurable subset  $E E$  of  $I I$ , the following properties hold:

$$(P1) \quad \rho(f_j) = 0 \Leftrightarrow f_j = 0 \rho(f_j) = 0 \Leftrightarrow f_j = 0 \quad \text{a.e.};$$

$$\rho(a f_j) = a \rho(f_j); \rho(f_j + g_j) \leq \rho(f_j) + \rho(g_j);$$

$$\rho(af_j) = a\rho(f_j); \rho(f_j + g_j) \leq \rho(f_j) + \rho(g_j);$$

(P2)  $0 \leq f_j \leq g_j, 0 \leq f_j \leq g_j$  a.e. implies  $\rho(f_j) \leq \rho(g_j);$

$$\rho(f_j) \leq \rho(g_j);$$

(P3)  $0 \leq f_{(1+2\epsilon)} \uparrow f_j, 0 \leq f_{(1+2\epsilon)} \uparrow f_j$  a.e. implies

$$\rho(f_{(1+2\epsilon)}) \uparrow \rho(f_j); \rho(f_{(1+2\epsilon)}) \uparrow \rho(f_j);$$

(P4)  $\rho(\chi_I) < \infty; \rho(\chi_I) < \infty;$

(P5)  $\int_0^1 \sum f_j(x) dx \lesssim \rho(f_j); \int_0^1 \sum f_j(x) dx \lesssim \rho(f_j);$

(P6)  $\rho(f_j) = \rho(f_j^*); \rho(f_j) = \rho(f_j^*).$

The associate norm of an r.i. norm  $\rho$  is another such norm  $\rho'$  defined as

$$\rho'(g_j) := \sup_{\rho(f_j) \leq 1} \int_0^1 \sum g_j(1+\epsilon) f_j(1+\epsilon) d(1+\epsilon), f_j, g_j \in \mathcal{M}^+(I).$$

It obeys the principle of Duality; that is  $\rho'' := (\rho')' = \rho.$

$$\rho'' := (\rho')' = \rho.$$

Furthermore, the Hölder inequality

$$\int_0^1 \sum f_j(1+\epsilon) g_j(1+\epsilon) d(1+\epsilon) \rho(f_j) \rho'(g_j)$$

$$\int_0^1 \sum f_j(1+\epsilon) g_j(1+\epsilon) d(1+\epsilon) \rho(f_j) \rho'(g_j) \text{ holds for every}$$

$$f_j, g_j \in \mathcal{M}^+(I). f_j, g_j \in \mathcal{M}^+(I).$$

Given the r.i. norm  $\rho$ , the corresponding rearrangement-invariant Banach function space or, for short, r.i. space, is the collection

$$L_\rho(I) := \{f_j \in \mathcal{M}(I), \rho(|f_j|) < \infty\},$$

$$L_\rho(I) := \{f_i \in \mathcal{M}(I), \rho(|f_i|) < \infty\}, \text{ endowed with the norm}$$

$$\|f_j\|_{L_\rho(I)} := \rho(|f_j|), \quad f_j \in L_\rho(I).$$

Next, given a bounded domain  $\Omega$  and  $\mathbb{R}^{(1+2\epsilon)}, \mathbb{R}^{(1+2\epsilon)}$ , we define the r.i. space

$$L_\rho(\Omega) := \left\{ f_j \in \mathcal{M}(\Omega), \rho \left( \sum f_j^* ((1 + \epsilon)|\Omega|) \right) < \infty \right\}$$

w i t h  $\|f_j\|_{L_\rho(\Omega)} := \rho(\sum f_j^* ((1 + \epsilon)|\Omega|))$ ,  $f_j \in L_\rho(\Omega)$ .

$$\|f_j\|_{L_\rho(\Omega)} := \rho(\sum f_j^* ((1 + \epsilon)|\Omega|)), \quad f_j \in L_\rho(\Omega).$$

If  $\rho_1$  and  $\rho_2$  are two r.i. norms, then  $L_{\rho_1}(\Omega) \subseteq L_{\rho_2}(\Omega)$   
 $L_{\rho_1}(\Omega) \subseteq L_{\rho_2}(\Omega)$  implies  $L_{\rho_1}(\Omega) \hookrightarrow L_{\rho_2}(\Omega)$   
 $L_{\rho_1}(\Omega) \hookrightarrow L_{\rho_2}(\Omega)$ . Let  $\varphi$  be nonnegative function defined on the interval  $[0, \infty)$ . If

- (i)  $\varphi(1 + \epsilon) = 0$  iff  $\epsilon = -1$ ,
- (ii)  $\varphi(1 + \epsilon)$  is nondecreasing on  $(0, \infty)$ ,
- (iii)  $\frac{\varphi(1+\epsilon)}{1+\epsilon}$  is nonincreasing on  $(0, \infty)$ ,

then  $\varphi$  is said to be quasiconcave. We also say that a function  $\varphi$  defined on bounded interval  $[0, R]$ , for  $R \in (0, \infty)$ , is quasiconcave if the continuation by constant value  $\varphi(R)$  is quasiconcave on  $[0, \infty)$ .

The fundamental function of an r.i. norm  $\rho$  on  $\mathcal{M}^+(I)$  is defined by

$$\varphi_\rho(1 + \epsilon) := \rho(\chi_{(0,1+\epsilon)}), \quad 1 + \epsilon \in I, \varphi_\rho(0) = 0.$$

The fundamental function is quasiconcave on  $[0, 1)$ , continuous except perhaps at the origin and satisfies

$$\varphi_\rho(1 + \epsilon)\varphi'_\rho(1 + \epsilon) = 1 + \epsilon, \quad 1 + \epsilon \in I.$$

Quasiconcave functions need not be concave, however, every r.i. space can be equivalently renormed so that its fundamental function is concave. Let  $\varphi$  be a concave function. We define the Lorentz endpoint space  $\Lambda_\varphi(\Omega)$  by the function norm

$$\rho_{\Lambda_\varphi}(f_j) := \int_0^1 \sum f_j^*(1 + \epsilon) d_\varphi(1 + \epsilon), \quad f_j \in \mathcal{M}^+(I),$$

where  $d_\varphi$  stands for the Lebesgue-Stieltjes measure associated with  $\varphi$ . We define the Marcinkiewicz endpoint space  $M_\varphi(\Omega)$  by the function norm

$$\rho_{M_\varphi}(f_j) := \sup_{-1 < \epsilon < 0} f_j^{**}(1 + \epsilon) \varphi(1 + \epsilon), \quad f_j \in \mathcal{M}^+(I).$$

The endpoint spaces  $\Lambda_\varphi(\Omega)$  and  $M_\varphi(\Omega)$  are r.i. spaces with the fundamental function  $\varphi$ . If  $X(\Omega)$  is an r.i. space with the fundamental function  $\varphi$ , then  $\Lambda_\varphi(\Omega) \hookrightarrow X \hookrightarrow M_\varphi(\Omega)$ .  
 $\Lambda_\varphi(\Omega) \hookrightarrow X \hookrightarrow M_\varphi(\Omega)$ .

In other words,  $\Lambda_\varphi(\Omega)$  and  $M_\varphi(\Omega)$  are respectively the smallest and the largest r.i. spaces having the fundamental function equivalent to  $\varphi$ . The associate space of a Lorentz endpoint space  $\Lambda_\varphi$  is the Marcinkiewicz endpoint space  $M_\psi$  where both  $\varphi$  and  $\psi$  are concave and  $\varphi(1 + \epsilon)\psi(1 + \epsilon) = 1 + \epsilon$  on  $I$ . If  $|\Omega| < \infty$ , then for every r.i. space  $X(\Omega)$ ,  $X(\Omega)L^\infty(\Omega) \hookrightarrow X(\Omega) \hookrightarrow L^1(\Omega)$ .  
 $X(\Omega)L^\infty(\Omega) \hookrightarrow X(\Omega) \hookrightarrow L^1(\Omega)$ .

Assume either  $0 \leq \epsilon \leq \infty$ . The Lorentz space  $L^{(1+\epsilon, 1+2\epsilon)}(\Omega)$  is defined by the functional

$$\rho_{(1+\epsilon,1+2\epsilon)}(f_j) = \rho_{(1+2\epsilon)} \left( (1 + \epsilon)^{\frac{\epsilon}{2\epsilon^2+3\epsilon+1}} f_j^*(1 + \epsilon) \right), f_j \in \mathcal{M}^+(I),$$

$$\rho_{(1+\epsilon,1+2\epsilon)}(f_j) = \rho_{(1+2\epsilon)} \left( (1 + \epsilon)^{\frac{\epsilon}{2\epsilon^2+3\epsilon+1}} f_j^*(1 + \epsilon) \right), f_j \in \mathcal{M}^+(I),$$

where

$$\rho_{(1+2\epsilon)}(f_j) = \begin{cases} \left( \int_0^1 \sum f_j(1 + \epsilon)^{1+2\epsilon} d(1 + \epsilon) \right)^{\frac{1}{1+2\epsilon}}, & 0 \leq \epsilon < \infty, \\ \text{ess sup}_{-1 < \epsilon < 0} f_j(1 + \epsilon), & \epsilon = 0, \end{cases}$$

Stands for the Banach function norm of the Lebesgue space  $L^{1+\epsilon}(\Omega).L^{1+\epsilon}(\Omega)$ .The functional  $\rho_{(1+2\epsilon,1+\epsilon)}\rho_{(1+2\epsilon,1+\epsilon)}$  is a Banach function norm if and only if  $0 \leq \epsilon \leq 10 \leq \epsilon \leq 1$ . However, for

$0 < \epsilon < \infty, \rho_{(1+2\epsilon,1+\epsilon)}0 < \epsilon < \infty, \rho_{(1+2\epsilon,1+\epsilon)}$  can be equivalently replaced by Banach function norm

$$\rho_{(1+2\epsilon,1+\epsilon)}(f_j) = \rho_{(1+\epsilon)} \left( (1 + \epsilon)^{\frac{\epsilon}{2\epsilon^2+3\epsilon+1}} f_j^{**}(1 + \epsilon) \right).$$

$$\rho_{(1+2\epsilon,1+\epsilon)}(f_j) = \rho_{(1+\epsilon)} \left( (1 + \epsilon)^{\frac{\epsilon}{2\epsilon^2+3\epsilon+1}} f_j^{**}(1 + \epsilon) \right).$$

The fundamental function of the norm  $\rho_{(1+2\epsilon,1+\epsilon)} \rho_{(1+2\epsilon,1+\epsilon)}$  satisfies

$$\varphi_{\rho_{(1+2\epsilon,1+\epsilon)}}(1 + \epsilon) \simeq (1 + \epsilon)^{\frac{1}{1+2\epsilon}}, \quad 0 < \epsilon < 1.$$

$$\varphi_{\rho_{(1+2\epsilon,1+\epsilon)}}(1 + \epsilon) \simeq (1 + \epsilon)^{\frac{1}{1+2\epsilon}}, \quad 0 < \epsilon < 1.$$

The spaces  $L^{(1+2\epsilon,1)}(\Omega)L^{(1+2\epsilon,1)}(\Omega)$  and  $L^{(1+2\epsilon,\infty)}(\Omega)L^{(1+2\epsilon,\infty)}(\Omega)$  are equal to the Lorentz and Marcinkiewicz endpoint spaces  $\Lambda_\varphi(\Omega)$   $\Lambda_\varphi(\Omega)$  and  $M_\varphi(\Omega)M_\varphi(\Omega)$ , respectively, with

$\varphi(1 + \epsilon) = (1 + \epsilon)^{\frac{1}{1+2\epsilon}}\varphi(1 + \epsilon) = (1 + \epsilon)^{\frac{1}{1+2\epsilon}}$ . If the first parameter is fixed, then the Lorentz spaces are nested, i.e., we have  $L^{(1+\epsilon,1+\epsilon)}(\Omega) \hookrightarrow L^{(1+\epsilon,1+2\epsilon)}(\Omega) \hookrightarrow L^{(1+\epsilon,1+\epsilon)}(\Omega) \hookrightarrow L^{(1+\epsilon,1+2\epsilon)}(\Omega)$

whenever  $0 \leq \epsilon \leq \infty, 0 \leq \epsilon \leq \infty,$

### 2.2.Orlicz spaces

We also need to know definitions and all the basic facts about Young functions and Orlicz Spaces. All of these can be found for instance in the book by L. Pick, A. Kufner, O. John and S. Fučík [24]. We shall say that  $A$  is a Young function if there exists a function  $a: [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$  such

that  $A(1 + \epsilon) = \int_0^{1+\epsilon} a(1 - \epsilon)d(1 - \epsilon), -1 \leq \epsilon < \infty,$

$$A(1 + \epsilon) = \int_0^{1+\epsilon} a(1 - \epsilon)d(1 - \epsilon), -1 \leq \epsilon < \infty,$$

and  $a$  has the following properties:

(i)  $a(1 - \epsilon) > 0$  for  $\epsilon > 1, a(0) = 0;$

(ii)  $a$  is right-continuous;

(iii)  $a$  is nondecreasing;

(iv)  $\lim_{1-\epsilon \rightarrow \infty} a(1 - \epsilon) = \infty.$

Every Young function is continuous, nonnegative, strictly increasing, convex on  $[0, \infty)$  and

satisfies  $\lim_{1+\epsilon \rightarrow 0^+} \frac{A(1+\epsilon)}{1+\epsilon} = \lim_{1+\epsilon \rightarrow \infty} \frac{1+\epsilon}{A(1+\epsilon)} = 0.$

$$\lim_{1+\epsilon \rightarrow 0^+} \frac{A(1+\epsilon)}{1+\epsilon} = \lim_{1+\epsilon \rightarrow \infty} \frac{1+\epsilon}{A(1+\epsilon)} = 0.$$

Furthermore, one has

$$A(\epsilon^2 + 2\epsilon + 1) \leq (1 + \epsilon)A(1 + \epsilon), 0 \geq \epsilon \geq -1,$$

$$A(\epsilon^2 + 2\epsilon + 1) \leq (1 + \epsilon)A(1 + \epsilon), 0 \geq \epsilon \geq -1, \text{ and}$$

$$A(\epsilon^2 + 2\epsilon + 1) \geq (1 + \epsilon)A(1 + \epsilon), 0 < \epsilon < \infty, \quad \epsilon \geq -1.$$

Moreover  $\frac{A(1+\epsilon)A(1+\epsilon)}{1+\epsilon \quad 1+\epsilon}$  is increasing on  $(1, \infty)(1, \infty)$  and we have the estimates

$$A(1 + \epsilon) \leq a(1 + \epsilon)(1 + \epsilon) \leq 2A(1 + \epsilon), -1 < \epsilon < \infty .$$

For a Young function  $AA$  and a domain  $\Omega \subseteq \mathbb{R}^{(1+2\epsilon)}, \Omega \subseteq \mathbb{R}^{(1+2\epsilon)}$ , the Orlicz space  $L^A = L^A(\Omega)L^A = L^A(\Omega)$  is the collection of all functions  $f_j \in \mathcal{M}(\Omega)f_j \in \mathcal{M}(\Omega)$  for which there exists a  $\lambda > 0$

$$\lambda > 0 \text{ such that } \int_{\Omega} A \left( \sum \frac{|f_j(x)|}{\lambda} \right) dx < \infty. \int_{\Omega} A \left( \sum \frac{|f_j(x)|}{\lambda} \right) dx < \infty.$$

The Orlicz space  $L^A(\Omega)L^A(\Omega)$  is endowed with the Luxemburg norm

$$\left\| \sum_j f_j \right\|_{L^A} := \inf \left\{ \lambda > 0, \int_{\Omega} A \left( \sum_j \frac{|f_j(x)|}{\lambda} \right) dx \leq 1 \right\}.$$

The complementary function  $\tilde{A}\tilde{A}$  is a Young function  $AA$  is given by

$$\tilde{A}(1 + \epsilon) := \sup_{\epsilon < -1} \left( (1 - \epsilon^2) - A(1 - \epsilon) \right), -1 \leq \epsilon < \infty,$$

$$\tilde{A}(1 + \epsilon) := \sup_{\epsilon < -1} \left( (1 - \epsilon^2) - A(1 - \epsilon) \right), -1 \leq \epsilon < \infty,.$$

The complementary function  $\tilde{A}\tilde{A}$  is a Young function as well and the complementary function of  $\tilde{A}\tilde{A}$  is once more  $AA$ . For any Young function  $AA$  and its complementary function  $\tilde{A}\tilde{A}$  there is the relation

$$1 + \epsilon \leq A^{-1}(1 + \epsilon)\tilde{A}^{-1}(1 + \epsilon) \leq 2(1 + \epsilon), -1 \leq \epsilon < \infty$$

$$1 + \epsilon \leq A^{-1}(1 + \epsilon)\tilde{A}^{-1}(1 + \epsilon) \leq 2(1 + \epsilon), -1 \leq \epsilon < \infty.$$

With the help of the complementary function we can define an alternative Orlicz norm on an Orlicz space by

$$\left\| \sum_j f_j \right\|_{L^A} := \sup \left\{ \int_{\Omega} \sum_j |f_j(x)g_j(x)| dx \right\},$$

where the supremum is taken over all functions  $g_j \in \mathcal{M}(\Omega)$   $g_j \in \mathcal{M}(\Omega)$  such that

$\int_{\Omega} \Sigma \tilde{A}(g_j(x)) dx \leq 1$ .  $\int_{\Omega} \Sigma \tilde{A}(g_j(x)) dx \leq 1$ . The Luxemburg and Orlicz norms are equivalent, namely,

$$\left\| \sum_j f_j \right\|_{L^A} \leq \sum_j \|f_j\|_{(L^A)} \leq 2 \sum_j \|f_j\|_{L^A}.$$

When  $L^A(\Omega)L^A(\Omega)$  is an Orlicz space endowed with the Luxemburg norm, then the associate space  $L^{\tilde{A}}(\Omega)L^{\tilde{A}}(\Omega)$  with the Orlicz norm. In particular, the sharp Hölder inequality for Orlicz spaces has the form  $\int_{\Omega} \Sigma |f_j(x)g_j(x)| dx \leq \Sigma \|f_j\|_{L^A} \Sigma \|f_j\|_{(L^{\tilde{A}})}$

$$\int_{\Omega} \Sigma |f_j(x)g_j(x)| dx \leq \Sigma \|f_j\|_{L^A} \Sigma \|f_j\|_{(L^{\tilde{A}})}$$

The Orlicz spaces  $L^A(\Omega)L^A(\Omega)$  is an r.i. space and  $\|\chi_E\|_{L^A} = \frac{1}{A^{-1}(\frac{1}{|E|})}$

$\|\chi_E\|_{L^A} = \frac{1}{A^{-1}(\frac{1}{|E|})}$  for every measurable  $E \subseteq \Omega$  of positive measure, thus, for a bounded domain  $\Omega$ , the fundamental function for the Luxemburg norm is

$$\varphi_{L^A}(1 + \epsilon) = \frac{1}{A^{-1}\left(\frac{1}{|\Omega|}\right)}, \quad 1 + \epsilon \in I, \quad \varphi_{L^A}(0) = 0.$$

An Orlicz space  $L^A(I)L^A(I)$  with fundamental function  $\varphi$

coincides with the Marcinkiewicz endpoint space  $M_\varphi(I)M_\varphi(I)$  if and only if there exists  $\delta \in (0,1)$  such that

$$\int_0^1 A\left(\delta A^{-1}\left(\frac{1}{1+\epsilon}\right)\right) d(1+\epsilon) < \infty \quad (2.1)$$

(see also [18]).

For  $|\Omega| < \infty, |\Omega| < \infty$ , the inclusion relation between Orlicz spaces is governed by inequalities involving the corresponding Young functions. If  $A$  and  $B$  are Young functions then  $L^A(\Omega) \hookrightarrow L^B(\Omega) \hookrightarrow L^A(\Omega)$  if and only if there exist  $c > 0$  and  $T \geq 0$  such that

$$B(1+\epsilon) \leq A(c(1+\epsilon)), \quad 1+\epsilon \geq T,$$

$B(1+\epsilon) \leq A(c(1+\epsilon)), \quad 1+\epsilon \geq T$ , which we denote by  $B \prec A$  or  $A \succ B$ . If both  $A \prec B$  and  $B \prec A$  hold, we say that  $A$  and  $B$  are equivalent and write  $A \approx B$ . When  $|\Omega| < \infty, |\Omega| < \infty$ , the inclusion  $L^A(\Omega) \subseteq L^B(\Omega)$

$L^A(\Omega) \subseteq L^B(\Omega)$  is proper if and only if  $\lim_{1+\epsilon \rightarrow \infty} \sup \frac{B(1+\epsilon)}{A(\lambda(1+\epsilon))} = 0$

$$\lim_{1+\epsilon \rightarrow \infty} \sup \frac{B(1+\epsilon)}{A(\lambda(1+\epsilon))} = 0$$

for every  $\lambda > 0$ . In such case we write  $B \ll A$  or  $A \gg B$ . If  $A \prec B$  or  $A \ll B$  then  $\tilde{A} \succ \tilde{B}$  or  $\tilde{A} \gg \tilde{B}$ , respectively.

### 3.Proofs of Theorems B and C.

**Lemma 3.1.** Let  $A$  be a Young function and let  $\xi$  be a nonzero real number. Assuming

$$\int_0^1 A(1 - \epsilon)(1 - \epsilon)^{\frac{1}{\xi}-1} d(1 - \epsilon) < \infty, \quad (3.1)$$

we define

$$E_\xi(1 + \epsilon) = |\xi|^{-1}(1 + \epsilon)^{-\frac{1}{\xi}} \int_0^1 A(1 - \epsilon)(1 - \epsilon)^{\frac{1}{\xi}-1} d(1 - \epsilon), \quad -1 < \epsilon < \infty,$$

such  $E_\xi E_\xi$  is an increasing mapping of  $(0, \infty)(0, \infty)$  onto itself. Moreover, if  $R \in (0, \infty], R \in (0, \infty]$ , then the following relations hold.

$$\|(1 + \epsilon)^\xi \chi_{(0,a)}(1 + \epsilon)\|_{L^A(0,R)} = \frac{a^\xi}{E_\xi^{-1}\left(\frac{1}{a}\right)}, \quad a \in (0, R), \xi > 0, \quad (3.2)$$

$$\|(1 + \epsilon)^\xi \chi_{(a,\infty)}(1 + \epsilon)\|_{L^A(0,\infty)} = \frac{a^\xi}{E_\xi^{-1}\left(\frac{1}{a}\right)}, \quad a \in (0, \infty), \xi < 0. \quad (3.3)$$

If, in addition,  $\epsilon \in (0, R) \epsilon \in (0, R)$  and if  $\xi < 0 \xi < 0$  then  $\|(1 + \epsilon)^\xi \chi_{(a,R)}(1 + \epsilon)\|_{L^A(0,R)} \simeq \|(1 + \epsilon)^\xi \chi_{(a,\infty)}(1 + \epsilon)\|_{L^A(0,\infty)}, a \in (0, R - \epsilon).$  (3.4)

**Proof.** Assume (3.1). By change of variables  $1 - \epsilon \mapsto (1 - \epsilon^2)$   $1 - \epsilon \mapsto (1 - \epsilon^2)$  we have

$$E_\xi(1 + \epsilon) = |\xi|^{-1} \int_0^1 A((1 - \epsilon^2))(1 - \epsilon)^{\frac{1}{\xi}-1} d(1 - \epsilon), \quad -1 < \epsilon < \infty,$$

hence  $E_\xi E_\xi$  is increasing. By definition of the Luxemburg norm, we have

$$\|(1 + \epsilon)^\xi \chi_{(0,a)}(1 + \epsilon)\|_{L^A(0,R)} = \inf \left\{ \lambda > 0, \int_0^a A\left(\frac{(1 + \epsilon)^\xi}{\lambda}\right) d(1 + \epsilon) \leq 1 \right\}.$$

Next, by change of variables we get for  $\xi < 0 \xi < 0$

$$\begin{aligned} & \left\| (1 + \epsilon)^\xi \chi_{(0,a)}(1 + \epsilon) \right\|_{L^A(0,R)} \\ &= \inf \left\{ \lambda > 0, \frac{1}{\xi} \int_0^{\frac{a^\xi}{\lambda}} A(1 - \epsilon)(1 - \epsilon)^{\frac{1}{\xi}-1} d(1 + \epsilon) \leq 1 \right\} \\ &= \inf \left\{ \lambda > 0, a E_\xi \left( \frac{a^\xi}{\lambda} \right) \leq 1 \right\} = \frac{a^\xi}{E_\xi^{-1} \left( \frac{1}{a} \right)}. \end{aligned}$$

This proves the part (3.2). The proof of the relation (3.3) can be done in an analogous way and we omit it. It remains to prove the (3.4). Clearly,

$$\left\| (1 + \epsilon)^\xi \chi_{(a,\infty)}(1 + \epsilon) \right\|_{L^A(0,\infty)} \geq \left\| (1 + \epsilon)^\xi \chi_{(a,R)}(1 + \epsilon) \right\|_{L^A(0,\infty)} = \left\| (1 + \epsilon)^\xi \chi_{(a,R)}(1 + \epsilon) \right\|_{L^A(0,R)}$$

by the monotonicity of the norm. On the other hand, we have by the triangle inequality  $\left\| (1 + \epsilon)^\xi \chi_{(a,\infty)}(1 + \epsilon) \right\|_{L^A(0,\infty)} \leq \left\| (1 + \epsilon)^\xi \chi_{(a,R)}(1 + \epsilon) \right\|_{L^A(0,R)} + \left\| (1 + \epsilon)^\xi \chi_{(R,\infty)}(1 + \epsilon) \right\|_{L^A(0,\infty)}$ .

$$\left\| (1 + \epsilon)^\xi \chi_{(a,\infty)}(1 + \epsilon) \right\|_{L^A(0,\infty)} \leq \left\| (1 + \epsilon)^\xi \chi_{(a,R)}(1 + \epsilon) \right\|_{L^A(0,R)} + \left\| (1 + \epsilon)^\xi \chi_{(R,\infty)}(1 + \epsilon) \right\|_{L^A(0,\infty)}.$$

Using (3.3), the term  $\left\| (1 + \epsilon)^\xi \chi_{(R,\infty)}(1 + \epsilon) \right\|_{L^A(0,\infty)}$

$\left\| (1 + \epsilon)^\xi \chi_{(R,\infty)}(1 + \epsilon) \right\|_{L^A(0,\infty)}$  equals  $\frac{R^\xi}{E_\xi^{-1} \left( \frac{1}{R} \right) E_\xi^{-1} \left( \frac{1}{R} \right)}$  since  $\xi < 0$ .  $\xi < 0$ . Thanks to the assumptions, this quantity is finite, say  $(1 + \epsilon)(1 + \epsilon)$ . The term

$$\left\| (1 + \epsilon)^\xi \chi_{(a,R)}(1 + \epsilon) \right\|_{L^A(0,R)} \left\| (1 + \epsilon)^\xi \chi_{(a,R)}(1 + \epsilon) \right\|_{L^A(0,R)}$$

a decreasing function of the variable  $aa$ , positive on  $(0, R)(0, R)$  and vanishing at  $RR$ . Hence for every

$\epsilon \in (0, R)\epsilon \in (0, R)$ there exists a constant  $C C$

such that  $1 + \epsilon \leq C \left\| (1 + \epsilon)^\xi \chi_{(a,R)}(1 + \epsilon) \right\|_{L^A(0,R)}$

$1 + \epsilon \leq C \left\| (1 + \epsilon)^\xi \chi_{(a,R)}(1 + \epsilon) \right\|_{L^A(0,R)}, \quad a \in (0, R - \epsilon).$

$a \in (0, R - \epsilon)$ . For those  $aa$  we conclude that  $\left\| (1 + \epsilon)^\xi \chi_{(a,\infty)}(1 + \epsilon) \right\|_{L^A(0,\infty)} \leq (C + 1) \left\| (1 + \epsilon)^\xi \chi_{(a,R)}(1 + \epsilon) \right\|_{L^A(0,R)}$ .

**Lemma 3.2.** Let  $0 \leq \epsilon < 1, \epsilon \geq 1, \epsilon \geq \frac{1}{2} 0 \leq \epsilon < 1, \epsilon \geq 1, \epsilon \geq \frac{1}{2}$  and let  $\varphi \varphi$  be a quasiconcave function on  $(0, 1)(0, 1)$ . We define  $\bar{\varphi}(1 + \epsilon) = (1 + \epsilon)^{-\epsilon(1+\epsilon)} \sup_{\frac{1}{2} > \epsilon > 0} \varphi(1 - \epsilon)(1 - \epsilon)^{-\epsilon(1+\epsilon)}, 0 < \epsilon < 1, \bar{\varphi}(0) = 0$ .

Then  $\bar{\varphi}(1 + \epsilon)\bar{\varphi}(1 + \epsilon)$  and  $\bar{\varphi} \left( (1 + \epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} \right) (1 + \epsilon)^{(1-\epsilon)}$   
 $\bar{\varphi} \left( (1 + \epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} \right) (1 + \epsilon)^{(1-\epsilon)}$  are quasiconcave.

**Proof.** Since  $\varphi\varphi$  is nondecreasing , we have for every  $0 < \epsilon < 1,$

$$\begin{aligned} 0 < \epsilon < 1, \\ \bar{\varphi}(1 - \epsilon) &= (1 - \epsilon)^{-\epsilon(1+\epsilon)} \sup_{0 < \epsilon < \frac{1}{2}} \varphi(1 + 2\epsilon) \\ &= (1 - \epsilon)^{-\epsilon(1+\epsilon)} \sup_{0 < \epsilon < \frac{1}{2}} \varphi(1 + 2\epsilon) \sup_{\max\{1+2\epsilon, 1-\epsilon\} < 1-\epsilon < 1} (1 - \epsilon)^{-\epsilon(1+\epsilon)} \\ &= (1 - \epsilon)^{-\epsilon(1+\epsilon)} \sup_{0 < \epsilon < \frac{1}{2}} \varphi(1 + 2\epsilon) \min\{(1 - \epsilon)^{-\epsilon(1+\epsilon)}, (1 + 2\epsilon)^{-\epsilon(1+\epsilon)}\} \end{aligned}$$

$$= \sup_{0 < \epsilon < \frac{1}{2}} \varphi(1 + 2\epsilon) \min \left\{ 1, \left( \frac{1 - \epsilon}{1 + 2\epsilon} \right)^{-\epsilon(1+\epsilon)} \right\},$$

hence  $\overline{\varphi}$  is nondecreasing. Next, by definition, we have

$$\frac{\overline{\varphi}(1 - \epsilon)}{1 - \epsilon} = (1 - \epsilon)^{-\epsilon(1+\epsilon)-1} \sup_{\frac{1}{2} > \epsilon > 0} \varphi(1 - \epsilon)(1 - \epsilon)^{-\epsilon(1+\epsilon)}, \quad 0 < \epsilon < 1.$$

The function  $(1 - \epsilon)^{-(\epsilon^2 + \epsilon - 1)}(1 - \epsilon)^{-(\epsilon^2 + \epsilon - 1)}$  is nonincreasing since the exponent  $(\epsilon^2 - \epsilon + 1)(\epsilon^2 - \epsilon + 1)$  is nonnegative by

the assumptions of the lemma. Hence  $\frac{\overline{\varphi}(1 - \epsilon)\overline{\varphi}(1 - \epsilon)}{1 - \epsilon}$  is nonincreasing

on  $(0, 1)$ . The function  $\overline{\varphi} \left( (1 - \epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} \right) (1 - \epsilon)^{1-\epsilon}$

is increasing as a composition of nondecreasing functions multiplied by increasing function  $(1 + \epsilon)^{(1-\epsilon)}$ .

$$\frac{\overline{\varphi} \left( (1 - \epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} \right) (1 - \epsilon)^{1-\epsilon}}{1 - \epsilon} = \sup_{\frac{1}{2} > \epsilon > 0} \varphi \left( (1 - \epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} \right) (1 - \epsilon)^{(-\epsilon)}, \quad 0 < \epsilon < 1,$$

is nonincreasing. The rest is trivial.

**Lemma 3.3.** Let  $u$  be a quasiconcave, right continuous at origin and strictly increasing function on  $[0, 1)$  such that

$$\lim_{1+\epsilon \rightarrow 0^+} \frac{u(1+\epsilon)}{1+\epsilon} = 0, \quad \lim_{1+\epsilon \rightarrow 0^+} \frac{u(1+\epsilon)}{1+\epsilon} = 0.$$

Then there exists a Young function  $B$  such that the fundamental function of the Orlicz space  $L^B(0, 1)$  is equivalent to  $u$  on  $[0, 1)$

Moreover  $\tilde{B}^{-1}(1 + \epsilon) \simeq (1 + \epsilon) u\left(\frac{1}{1+\epsilon}\right), 0 < \epsilon < \infty,$   
 $\tilde{B}^{-1}(1 + \epsilon) \simeq (1 + \epsilon) u\left(\frac{1}{1+\epsilon}\right), 0 < \epsilon < \infty,$

where  $\tilde{B} \tilde{B}$  is the complementary Young function to  $BB$ .

**Proof.** We can assume without loss of generality that  $u(1) = 1.$   
 $u(1) = 1.$  Then by continuity of  $uu$  we have  $u(0,1) = (0,1).$   
 $u(0,1) = (0,1).$  Let us define

$$b(1 + \epsilon) = \begin{cases} \frac{1}{(1 + \epsilon)u^{-1}\left(\frac{1}{1 + \epsilon}\right)}, & 0 < \epsilon < \infty, \\ 1 - \epsilon, & 0 \leq \epsilon \leq 1, \end{cases}$$

and  $B(1 + \epsilon) = \int_0^{1+\epsilon} b(1 + \epsilon)d(1 + \epsilon), -1 \leq \epsilon < \infty$

$$B(1 + \epsilon) = \int_0^{1+\epsilon} b(1 + \epsilon)d(1 + \epsilon), -1 \leq \epsilon < \infty.$$

We claim that  $BB$  is a Young function. The properties (i) and (ii) from the definition of Young function are clear. Let us prove that  $b$

$b$  is nondecreasing. The function  $\frac{u(1-\epsilon)}{1-\epsilon} \frac{u(1-\epsilon)}{1-\epsilon}$  is nonincreasing and  $uu$  itself is increasing, hence  $\frac{1+\epsilon}{u^{-1}(1-\epsilon)} \frac{1+\epsilon}{u^{-1}(1-\epsilon)}$  is nonincreasing and therefore

$b(1 + \epsilon) = \frac{1}{(1+\epsilon)u^{-1}\left(\frac{1}{1+\epsilon}\right)}$   $b(1 + \epsilon) = \frac{1}{(1+\epsilon)u^{-1}\left(\frac{1}{1+\epsilon}\right)}$  is nondecreasing on  $(1, \infty)(1, \infty)$  and also (trivially) on  $[0, 1].$

$[0, 1].$  It remains to show that  $\lim_{1+\epsilon \rightarrow \infty} b(1 + \epsilon) = \infty.$

$\lim_{1+\epsilon \rightarrow \infty} b(1 + \epsilon) = \infty.$  Indeed,

$$\lim_{1+\epsilon \rightarrow \infty} b(1 + \epsilon) = \lim_{1-\epsilon \rightarrow 0^+} \frac{1 - \epsilon}{u^{-1}(1 - \epsilon)} = \lim_{1-\epsilon \rightarrow 0^+} \frac{u(1 - \epsilon)}{1 - \epsilon} = \infty.$$

Now, since  $BB$  is a Young function, we have that

$$B(1 - \epsilon) \leq b(1 - \epsilon^2) \leq B(2 - 2\epsilon), -1 \leq \epsilon < \infty.$$

$B(1 - \epsilon) \leq b(1 - \epsilon^2) \leq B(2 - 2\epsilon), -1 \leq \epsilon < \infty.$  It follows by

definition of  $bb$  that  $B(1 + \epsilon) \leq \frac{1}{u^{-1}(\frac{1}{1+\epsilon})} \leq B(2 + 2\epsilon), 0 < \epsilon < \infty$

$$B(1 + \epsilon) \leq \frac{1}{u^{-1}(\frac{1}{1+\epsilon})} \leq B(2 + 2\epsilon), 0 < \epsilon < \infty.$$

Applying the increasing function  $B^{-1}, B^{-1},$

we get  $1 + \epsilon \leq B^{-1}\left(\frac{1}{u^{-1}(\frac{1}{1+\epsilon})}\right) \leq 2 - 2\epsilon,$

$$1 + \epsilon \leq B^{-1}\left(\frac{1}{u^{-1}(\frac{1}{1+\epsilon})}\right) \leq 2 - 2\epsilon,$$

$0 < \epsilon < \infty, 0 < \epsilon < \infty,$  that is, taking reciprocal values and

$$1 - \epsilon \mapsto \frac{1}{1+\epsilon}, \frac{1+\epsilon}{2} \leq \frac{1}{B^{-1}\left(\frac{1}{u^{-1}(\frac{1}{1-\epsilon})}\right)} \leq 1 + \epsilon, \quad 0 < \epsilon < \infty$$

$$1 - \epsilon \mapsto \frac{1}{1+\epsilon}, \frac{1+\epsilon}{2} \leq \frac{1}{B^{-1}\left(\frac{1}{u^{-1}(\frac{1}{1-\epsilon})}\right)} \leq 1 + \epsilon, \quad 0 < \epsilon < \infty$$

. Finally, since  $uuu^{-1}(\frac{1}{1-\epsilon})$  increasing on  $(0,1)(0,1)$

and  $u(0,1) = (0,1) u(0,1) = (0,1)$  this implies

$$\frac{u((1-\epsilon))}{2} \leq \frac{1}{B^{-1}\left(\frac{1}{(1-\epsilon)}\right)} \leq u((1 - \epsilon)), \quad \epsilon < 1.$$

$\frac{u((1-\epsilon))}{2} \leq \frac{1}{B^{-1}\left(\frac{1}{(1-\epsilon)}\right)} \leq u((1 - \epsilon)), \quad \epsilon < 1.$  Hence by the definition of the fundamental function for the Luxemburg

norm we conclude that  $\varphi_{L^B}(1 - \epsilon) \simeq u(1 - \epsilon), \quad 0 < \epsilon < 1.$

$$\varphi_{L^B}(1 - \epsilon) \simeq u(1 - \epsilon), \quad 0 < \epsilon < 1.$$

In addition  $\tilde{B}^{-1}(1 - \epsilon) \simeq \frac{1-\epsilon}{B^{-1}(1-\epsilon)} \simeq (1 - \epsilon)u\left(\frac{1}{1-\epsilon}\right), 0 < \epsilon < 1.$

$\tilde{B}^{-1}(1 - \epsilon) \simeq \frac{1-\epsilon}{B^{-1}(1-\epsilon)} \simeq (1 - \epsilon)u\left(\frac{1}{1-\epsilon}\right), 0 < \epsilon < 1.$  The proof

is complete.

The following proposition enables us to reduce an embedding to a Lorentz endpoint spaces only to testing on characteristic functions. The idea of this statement is based on [2, Theorem 7], where the Lorentz space  $L^{(1+\epsilon,1)}(\Omega)L^{(1+\epsilon,1)}(\Omega)$  occurs as a target space, nonetheless the proof also works for any Lorentz endpoint space. For the sake of completeness, we show also the proof here (see [20]).

**Proposition 3.4.** Let  $Y(0,1)Y(0,1)$  be a Banach function space and  $\Lambda(0,1)\Lambda(0,1)$  be a Lorentz endpoint space over  $(0,1)(0,1)$ . Suppose that  $TT$  is a sublinear operator mapping  $\Lambda(0,1)\Lambda(0,1)$  to  $Y(0,1)Y(0,1)$  and satisfying

$$\|T_{\chi_E}\|_{Y(0,1)} \lesssim \|\chi_E\|_{\Lambda(0,1)} \tag{3.5}$$

for every measurable set  $E \subseteq (0,1).E \subseteq (0,1)$ . Then

$$\|T \sum f_j\|_{Y(0,1)} \lesssim \sum \|f_j\|_{\Lambda(0,1)} \quad \|T \sum f_j\|_{Y(0,1)} \lesssim \sum \|f_j\|_{\Lambda(0,1)} \text{ f o r}$$

every  $f_j \in \Lambda(0,1).f_j \in \Lambda(0,1)$ .

**Proof.** Let  $f_j f_j$  be a simple nonnegative functions on  $(0,1)$ .  $(0,1)$ . Thus  $f_j f_j$  can be written as a finite sum  $f_j = \sum_j \lambda_j \chi_{E_j}$   $f_j = \sum_j \lambda_j \chi_{E_j}$ , where  $\lambda_j \lambda_j$  are positive real numbers and the sets  $E_j$   $E_j$  are measurable subsets of  $(0,1)(0,1)$  satisfying  $E_1 \subseteq E_2 \subseteq \dots$   $E_1 \subseteq E_2 \subseteq \dots$ . Then, as readily seen, we have  $f_j^* = \sum_j \lambda_j \chi_{E_j}^*$

$f_j^* = \sum_j \lambda_j \chi_{E_j}^*$ . Let  $\varphi$  be a fundamental function of  $\Lambda(0,1)$ .

$\Lambda(0,1)$ . By the definition of the Lorentz norm we have

$$\sum \|f_j\|_{\Lambda(0,1)} = \int_0^1 \sum f_j^* d_\varphi = \int_0^1 \sum_j \lambda_j \chi_{E_j}^* d_\varphi = \sum_j \lambda_j \int_0^1 \chi_{E_j}^* d_\varphi = \sum_j \lambda_j \|\chi_{E_j}\|_{\Lambda(0,1)}.$$

On account of the sublinearity of  $T$  we have

$$|T(\sum f_j)| \leq \sum_j \lambda_j |T_{\chi_{E_j}}|, \quad \text{and}$$

consequently by (3.5) and by axioms (P1) and (P2) we obtain

$$\|T \sum f_j\|_{Y(0,1)} \leq \sum_j \lambda_j \|T_{\chi_{E_j}}\|_{Y(0,1)} \lesssim \sum_j \lambda_j \|\chi_{E_j}\|_{\Lambda(0,1)} = \sum \|f_j\|_{\Lambda(0,1)}.$$

$$\|T \sum f_j\|_{Y(0,1)} \leq \sum_j \lambda_j \|T_{\chi_{E_j}}\|_{Y(0,1)} \lesssim \sum_j \lambda_j \|\chi_{E_j}\|_{\Lambda(0,1)} = \sum \|f_j\|_{\Lambda(0,1)}.$$

Now if  $f_j$  is simple but no longer nonnegative, we use the same for the positive part of  $f_j$  and for the negative part of  $f_j$ .

Suppose that  $f_j$  is an arbitrary functions in  $\Lambda(0,1)$  and

let  $(f_j)_{1+2\epsilon}$  be a sequence of simple integrable functions converging to  $f_j$  in  $\Lambda(0,1)$ . Then

$$\begin{aligned} & \left\| \sum T(f_j)_{1+2\epsilon} - T((f_j)_m) \right\|_{Y(0,1)} \\ & \leq \left\| \sum T((f_j)_{1+2\epsilon} - (f_j)_m) \right\|_{Y(0,1)} \lesssim \left\| \sum (f_j)_{1+2\epsilon} - (f_j)_m \right\|_{\Lambda(0,1)}, \end{aligned}$$

and  $(T(f_j)_{1+2\epsilon})$  is Cauchy, hence convergent in  $Y(0,1)$ .

Since limits are unique in  $Y(0,1)$ , it follows that

$$\lim T(f_j)_{1+2\epsilon} = T f_j \quad \text{and} \quad \lim T(f_j)_{1+2\epsilon} = T f_j$$

$$\|T \sum f_j\|_{Y(0,1)} = \lim \|T \sum (f_j)_{1+2\epsilon}\|_{Y(0,1)} \lesssim \lim \sum \|(f_j)_{1+2\epsilon}\|_{\Lambda(0,1)} = \sum \|f_j\|_{\Lambda(0,1)}$$

as we wished to show. Next proposition provides the optimal r.i. range space for the operator  $H_{1-\epsilon}^{1+\epsilon}H_{1-\epsilon}^{1+\epsilon}$  and a given r.i. domain space. The proof can be obtained by simple modification of the

proof of [11, Theorem 4.5], where  $\epsilon = 0$  or  $\epsilon = -\frac{1}{2}$  and therefore is omitted (see [20]).

**Proposition 3.5.** Let  $X(0,1)$  be an r.i. space,  $0 \leq \epsilon < 1$ ,  $\epsilon \geq 0$

$0 \leq \epsilon < 1$ ,  $\epsilon \geq 0$  and  $\frac{1}{2} \geq \frac{1}{2}$ . Then

$$Y'(0,1) := \left\{ f_j \in \mathcal{M}(0,1), \sum \|f_j\|_{Y'(0,1)} := \left\| \sum (H_{1-\epsilon}^{1+\epsilon})' f_j^* \right\|_{X'(0,1)} \leq \infty \right\}$$

is an r.i. space, such that the associate space  $Y(0,1)$  is the smallest space among r.i. spaces rendering  $H_{1-\epsilon}^{1+\epsilon}: X(0,1) \rightarrow Y(0,1)$

$H_{1-\epsilon}^{1+\epsilon}: X(0,1) \rightarrow Y(0,1)$  true. The construction of the optimal r.i.

domain for  $H_{1-\epsilon}^{1+\epsilon}H_{1-\epsilon}^{1+\epsilon}$  and a given r.i. range space is similar to that in [16, Theorem 3.3], as well as its proof, needing only trivial

modifications. The fact that  $\mu_{\Sigma f_j} = \mu_h \mu_{\Sigma f_j} = \mu_h$  is denoted by  $f_j \sim h, f_j \sim h$ .

**Proposition 3.6.** Let  $Y(0,1)$  be an r.i. space such that

$$Y(0,1) \hookrightarrow L^{\left(\frac{1}{-\epsilon(1+\epsilon)}, 1\right)}(0,1). \quad Y(0,1) \hookrightarrow L^{\left(\frac{1}{-\epsilon(1+\epsilon)}, 1\right)}(0,1). \quad \text{Then}$$

$$X(0,1) := \left\{ f_j \in \mathcal{M}(0,1), \sum \|f_j\|_{X(0,1)} := \sup_{f_j \sim h} \|H_{1-\epsilon}^{1+\epsilon} h\|_{Y(0,1)} < \infty \right\}$$

is the largest r.i. space satisfying  $H_{1-\epsilon}^{1+\epsilon}: X(0,1) \rightarrow Y(0,1)$ .

$H_{1-\epsilon}^{1+\epsilon}: X(0,1) \rightarrow Y(0,1)$ .

**Remark 3.7.** Now, under the same assumptions on  $(1 - \epsilon)(1 - \epsilon)$  and  $(1 + \epsilon)(1 + \epsilon)$  as in Proposition 3.5. one can readily calculate the optimal endpoint estimates

$$H_{1-\epsilon}^{1+\epsilon}: L^1(0,1) \rightarrow L^{-\frac{1}{\epsilon(1+\epsilon)},1}(0,1) \tag{3.6}$$

a n d

$$H_{1-\epsilon}^{1+\epsilon}: L^{\frac{1}{1-\epsilon},1}(0,1) \rightarrow L^\infty(0,1). \tag{3.7}$$

The relation (3.6) shows that the assumption in proposition 3.6 cause no loss of generality.

Let us also discuss the assumption on fundamental function

$$\sup_{0 < \epsilon < 1} \varphi \left( (1 + \epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} \right) (1 + \epsilon)^{-\epsilon} = \infty$$

$\sup_{0 < \epsilon < 1} \varphi \left( (1 + \epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} \right) (1 + \epsilon)^{-\epsilon} = \infty$  in Theorem A and B. If this condition is not satisfied,

then 
$$\varphi(1 + \epsilon) \leq C(1 + \epsilon)^{-\epsilon(1+\epsilon)}, 0 < \epsilon < 1,$$

$$\varphi(1 + \epsilon) \leq C(1 + \epsilon)^{-\epsilon(1+\epsilon)}, 0 < \epsilon < 1, \text{ for some } C > 0,$$

$$C > 0, \text{ which is equivalent to } L^{-\frac{1}{\epsilon(1+\epsilon)},\infty}(0,1) \subseteq M_\varphi(0,1),$$

$$L^{-\frac{1}{\epsilon(1+\epsilon)},\infty}(0,1) \subseteq M_\varphi(0,1), \text{ hence, thanks to (3.6) also to}$$

$H_{1-\epsilon}^{1+\epsilon}: L^1(0,1) \rightarrow M_\varphi(0,1). H_{1-\epsilon}^{1+\epsilon}: L^1(0,1) \rightarrow M_\varphi(0,1).$  Since  $L^1(0,1)L^1(0,1)$  is the largest r.i. space, we can see that this considered assumption cause no relevant restriction to target spaces.

**Proof of Theorem C.** We first prove the inequality”  $\gtrsim$ ”. Let  $(1 - \epsilon)(1 - \epsilon)$  and  $(1 + \epsilon)(1 + \epsilon)$  be as in the theorem and let us se

$$\psi(1 + \epsilon) = (1 + \epsilon) \sup_{1 > 2\epsilon > 0} \varphi \left( (1 + \epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} \right) (1 + \epsilon)^{-\epsilon}, \quad 0 < \epsilon < 1.$$

$$\psi(1 + \epsilon) = (1 + \epsilon) \sup_{1 > 2\epsilon > 0} \varphi \left( (1 + \epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} \right) (1 + \epsilon)^{-\epsilon}, \quad 0 < \epsilon < 1.$$

Then, by Lemma 3.2,  $\psi(1 + \epsilon) \psi(1 + \epsilon)$  is quasiconcave function on  $(0,1)(0,1)$  and

$$\psi(1 + \epsilon) \geq (1 + \epsilon)^{1-\epsilon} \varphi \left( (1 + \epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} \right)$$

$$\psi(1 + \epsilon) \geq (1 + \epsilon)^{1-\epsilon} \varphi \left( (1 + \epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} \right) \quad \text{f o r } , 0 < \epsilon < 1.$$

,  $0 < \epsilon < 1$ . We claim that  $\psi\psi$  is up to equivalence the smallest function with this property. Indeed, let  $\eta(1 + \epsilon)\eta(1 + \epsilon)$  be a quasiconcave function on  $[0,1][0,1)$  and

$$\eta(1 + \epsilon) \geq (1 + \epsilon)^{1-\epsilon} \varphi \left( (1 + \epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} \right)$$

$$\eta(1 + \epsilon) \geq (1 + \epsilon)^{1-\epsilon} \varphi \left( (1 + \epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} \right)$$

f o r ,  $0 < \epsilon < 1$ . ,  $0 < \epsilon < 1$ . T h e n

$$\varphi \left( (1 + \epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} \right) (1 + \epsilon)^{-\epsilon} \leq \frac{\eta(1+\epsilon)}{1+\epsilon}, \quad 0 < \epsilon < 1, \sup_{\frac{1}{2} > \epsilon > 0} \varphi \left( (1 + \epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} \right) (1 + \epsilon)^{-\epsilon} \leq$$

$$\sup_{\frac{1}{2} > \epsilon > 0} \frac{\eta(1+\epsilon)}{1+\epsilon},$$

$$\varphi \left( (1 + \epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} \right) (1 + \epsilon)^{-\epsilon} \leq \frac{\eta(1+\epsilon)}{1+\epsilon}, \quad 0 < \epsilon < 1, \sup_{\frac{1}{2} > \epsilon > 0} \varphi \left( (1 + \epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} \right) (1 + \epsilon)^{-\epsilon} \leq$$

$$\sup_{\frac{1}{2} > \epsilon > 0} \frac{\eta(1+\epsilon)}{1+\epsilon},$$

$0 < \epsilon < 1$   $0 < \epsilon < 1$ . The right hand side of the last inequality equals  $\frac{\eta(1+\epsilon)\eta(1+\epsilon)}{1+\epsilon \ 1+\epsilon}$  by quasiconcavity of  $\eta.\eta$ . Then

multiplying by  $(1 + \epsilon)(1 + \epsilon)$  gives that  $\psi(1 + \epsilon) \leq \eta(1 + \epsilon)$

$\psi(1 + \epsilon) \leq \eta(1 + \epsilon)$  for  $0 < \epsilon < 1$ ,  $0 < \epsilon < 1$ , . Now by Proposition 3.6 we have

$$\begin{aligned}
 \varphi_X(1 + \epsilon) &= \sup_{h \sim \chi_{(0,1+\epsilon)}} \left\| \int_{(1+\epsilon)^{1+\epsilon}}^1 (1-\epsilon)^{-\epsilon} h(1-\epsilon) d(1-\epsilon) \right\|_{M(0,1)} \\
 &\geq \left\| \int_{(1+\epsilon)^{1+\epsilon}}^1 (1-\epsilon)^{-\epsilon} \chi_{(0,1+\epsilon)}(1-\epsilon) d(1-\epsilon) \right\|_{M(0,1)} \\
 &= \left\| \chi_{\left(0, (1+\epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}}\right)}(1+\epsilon) \int_{1+\epsilon}^{1+\epsilon} (1-\epsilon)^{-\epsilon} d(1-\epsilon) \right\|_{M(0,1)} \\
 &\approx \left\| \chi_{\left(0, (1+\epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}}\right)}(1+\epsilon) \left( (1+\epsilon)^{1-\epsilon} - (1+\epsilon)^{1-\epsilon^2} \right) \right\|_{M(0,1)} \\
 &\geq \left\| \chi_{\left(0, \frac{(1+\epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}}}{2}\right)}(1+\epsilon) \left( (1+\epsilon)^{1-\epsilon} - (1+\epsilon)^{1-\epsilon} 2^{\epsilon^2-1} \right) \right\|_{M(0,1)} \\
 &\approx (1+\epsilon)^{1-\epsilon} \left\| \chi_{\left(0, \frac{(1+\epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}}}{2}\right)}(1+\epsilon) \right\|_{M(0,1)} \approx \\
 &(1+\epsilon)^{1-\epsilon} \left\| \chi_{\left(0, (1+\epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}}\right)}(1+\epsilon) \right\|_{M(0,1)} = (1+\epsilon)^{1-\epsilon} \varphi \left( (1+\epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} \right).
 \end{aligned}$$

Hence  $\varphi_X(1 + \epsilon) \gtrsim (1 + \epsilon)^{1-\epsilon} \varphi \left( (1 + \epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} \right)$

$\varphi_X(1 + \epsilon) \gtrsim (1 + \epsilon)^{1-\epsilon} \varphi \left( (1 + \epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} \right)$  and by the claim

$\psi(1 + \epsilon) \lesssim \varphi_X(1 + \epsilon)$ .  $\psi(1 + \epsilon) \lesssim \varphi_X(1 + \epsilon)$ . Let us focus on the inequality  $\varphi_X(1 + \epsilon) \lesssim \psi(1 + \epsilon)$ . Let  $0 < \epsilon < \frac{1}{2}$  then

$$\begin{aligned} \varphi_X(1 + \epsilon) &= \sup_{h \sim \chi_{(0,1+\epsilon)}} \left\| \int_{(1+\epsilon)^{1+\epsilon}}^1 (1-\epsilon)^{-\epsilon} h(1-\epsilon) d(1-\epsilon) \right\|_{M(0,1)} \\ &= \sup_{h \sim \chi_{(0,1+\epsilon)}} \sup_{0 < -\epsilon < 1} \left( \int_{(1+2\epsilon)^{1+\epsilon}}^1 (1-\epsilon)^{-\epsilon} h(1-\epsilon) d(1-\epsilon) \right)^{**} \\ &\quad + \epsilon) \\ &= \sup_{h \sim \chi_{(0,1+\epsilon)}} \sup_{0 < \epsilon < 1} \frac{\varphi(1 + \epsilon)}{1 + \epsilon} \int_0^{1+\epsilon} \int_{(1+2\epsilon)^{1+\epsilon}}^1 (1-\epsilon)^{-\epsilon} h(1-\epsilon) d(1-\epsilon) dr \\ &= \sup_{h \sim \chi_{(0,1+\epsilon)}} \sup_{0 < \epsilon < 1} \frac{\varphi(1 + \epsilon)}{1 + \epsilon} \int_0^1 (1-\epsilon)^{-\epsilon} h(1-\epsilon) \int_0^{\min\{(1-\epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}}, 1+\epsilon\}} d(1+2\epsilon) d(1-\epsilon) \\ &= \sup_{0 < \epsilon < 1} \sup_{h \sim \chi_{(0,1+\epsilon)}} \frac{\varphi(1 + \epsilon)}{1 + \epsilon} \left( \int_0^{(1+\epsilon)^{1+\epsilon}} (1-\epsilon)^{\frac{\epsilon^2+\epsilon-1}{1+\epsilon}} h(1-\epsilon) d(1-\epsilon) \right. \\ &\quad \left. + (1 + \epsilon) \int_{(1+\epsilon)^{1+\epsilon}}^1 (1-\epsilon)^{-\epsilon} h(1-\epsilon) d(1-\epsilon) \right) \\ &= \sup_{0 < \epsilon < 1} \sup_{h \sim \chi_{(0,1-\epsilon)}} \frac{\varphi(1 + \epsilon)}{1 + \epsilon} \left( \int_{(1-\epsilon)^{1+\epsilon}}^{(1+\epsilon)^{1+\epsilon}} (1-\epsilon)^{\frac{\epsilon^2+\epsilon-1}{1+\epsilon}} d(1-\epsilon) \right. \\ &\quad \left. + (1 + \epsilon) \int_{(1+\epsilon)^{1+\epsilon}}^2 (1-\epsilon)^{-\epsilon} d(1-\epsilon) \right). \end{aligned}$$

Denote

$$\begin{aligned}
 & V(1 + \epsilon, 1 - \epsilon, 1 + \epsilon) \\
 &= \frac{\varphi(1 + \epsilon)}{1 + \epsilon} \left( \int_{(1-\epsilon)}^{(1+\epsilon)^{1+\epsilon}} (1 - \epsilon)^{\frac{\epsilon^2 + \epsilon - 1}{1 + \epsilon}} d(1 - \epsilon) \right. \\
 &\quad \left. + (1 + \epsilon) \int_{(1+\epsilon)^{1+\epsilon}}^2 (1 - \epsilon)^{-\epsilon} d(1 - \epsilon) \right).
 \end{aligned}$$

We split the area over which the supremum is taken into three disjoint regions namely

$$\begin{aligned}
 \varphi_X(1 + \epsilon) &\leq \sup_{0 < 1 + \epsilon < (1 + \epsilon)^{\frac{1}{1 + \epsilon}} < 0 < 1 - \epsilon < (1 + \epsilon)^{1 + \epsilon}} V(1 + \epsilon, 1 - \epsilon, 1 + \epsilon) \\
 &\quad + \sup_{(1 + \epsilon)^{\frac{1}{1 + \epsilon}} < 1 + \epsilon < (-\epsilon)^{\frac{1}{1 + \epsilon}} (1 + \epsilon)^{1 + \epsilon} - (1 + \epsilon) < 1 - \epsilon < (1 + \epsilon)^{1 + \epsilon}} V(1 + \epsilon, 1 - \epsilon, 1 + \epsilon) \\
 &\quad + \sup_{(-\epsilon)^{\frac{1}{1 + \epsilon}} < 1 + \epsilon < 1 < (1 + \epsilon)^{1 + \epsilon} + 1} V(1 + \epsilon, 1 - \epsilon, 1 + \epsilon).
 \end{aligned}$$

Now

$$\begin{aligned}
 & \sup_{0 < 1 + \epsilon < (1 - \epsilon)^{\frac{1}{1 + \epsilon}} < 0 < 1 - \epsilon < (1 + \epsilon)^{1 + \epsilon}} V(1 + \epsilon, 1 - \epsilon, 1 + \epsilon) \\
 &\leq \sup_{0 < 1 + \epsilon < (1 - \epsilon)^{\frac{1}{1 + \epsilon}} < \frac{1}{1 + \epsilon}} \frac{\varphi(1 + \epsilon)}{1 + \epsilon} \left( \int_{(1-\epsilon)}^{(1+\epsilon)^{1+\epsilon}} (1 - \epsilon)^{\frac{\epsilon^2 + \epsilon - 1}{1 + \epsilon}} d(1 - \epsilon) \right. \\
 &\quad \left. + (1 + \epsilon) \int_{(1+\epsilon)^{1+\epsilon}}^{(1+\epsilon)^{1+\epsilon} + (1-\epsilon)} (1 - \epsilon)^{-\epsilon} d(1 - \epsilon) \right) \\
 &\leq \sup_{0 < 1 + \epsilon < (1 - \epsilon)^{\frac{1}{1 + \epsilon}} < \frac{1}{1 + \epsilon}} \frac{\varphi(1 + \epsilon)}{1 + \epsilon} \left( \int_0^{(1+\epsilon)^{1+\epsilon}} (1 + \epsilon)^{-\epsilon^2 - \epsilon + 1} d(1 - \epsilon) \right. \\
 &\quad \left. + (1 + \epsilon) \int_0^{1-\epsilon} (1 - \epsilon)^{-\epsilon} d(1 - \epsilon) \right) \\
 &\lesssim \sup_{0 < 1 + \epsilon < (1 - \epsilon)^{\frac{1}{1 + \epsilon}} < \frac{1}{1 + \epsilon}} \frac{\varphi(1 + \epsilon)}{1 + \epsilon} \left( (1 + \epsilon)(1 + \epsilon)^{(1 - \epsilon^2)} + (1 + \epsilon)(1 - \epsilon)^{1 - \epsilon} \right) \\
 &\lesssim \varphi \left( (1 - \epsilon)^{\frac{1}{1 + \epsilon}} \right) (1 - \epsilon)^{1 + \epsilon}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\leq (1 - \epsilon) \sup_{\frac{1}{2} > \epsilon > 0} \varphi \left( (1 + \epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} \right) (1 + \epsilon)^{-\epsilon}, \\
 &\quad \sup_{(1-\epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} < 1+\epsilon < (-\epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} - 0 < (1+\epsilon)^{1+\epsilon} - 1+\epsilon} V(1 + \epsilon, 1 - \epsilon, 1 - \epsilon) \\
 &\leq \sup_{(1-\epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} < 1+\epsilon < (-\epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}}} \frac{\varphi(1 + \epsilon)}{1 + \epsilon} \left( \int_{(1+\epsilon)^{1+\epsilon} - (1-\epsilon)}^{(1+\epsilon)^{1+\epsilon}} (1 - \epsilon)^{\frac{\epsilon^2 + \epsilon - 1}{1+\epsilon}} d(1 - \epsilon) \right. \\
 &\quad \left. + (1 + \epsilon) \int_{(1+\epsilon)^{1+\epsilon}}^{(1+\epsilon)^{(1+\epsilon)} + (1-\epsilon)} (1 - \epsilon)^{-\epsilon} d(1 - \epsilon) \right) \\
 &\leq \sup_{(1-\epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} < 1+\epsilon < (-\epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}}} \frac{\varphi(1 + \epsilon)}{1 + \epsilon} \left( (1 - \epsilon)(1 + \epsilon)^{-\epsilon^2 - \epsilon + 1} + (1 - \epsilon^2)(1 + \epsilon)^{-\epsilon(1+\epsilon)} \right) \\
 &\lesssim (1 - \epsilon) \sup_{(1-\epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} < 1 - \epsilon < 1} \varphi(1 + \epsilon)(1 + \epsilon)^{-\epsilon} \\
 &\lesssim (1 - \epsilon) \sup_{\frac{1}{2} > \epsilon > 0} \varphi \left( (1 + \epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} \right) (1 + \epsilon)^{-\epsilon}
 \end{aligned}$$

and

$$\begin{aligned}
 &\sup_{(-\epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} < 1+\epsilon < 1(1+\epsilon)^{1+\epsilon} - 0 < 1} V(1 + \epsilon, 1 - \epsilon, 1 - \epsilon) \\
 &\leq \sup_{(-\epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} < 1+\epsilon < 1} \frac{\varphi(1 + \epsilon)}{1 + \epsilon} \left( \int_{(1+\epsilon)^{1+\epsilon} - 1 - \epsilon}^{(1+\epsilon)^{1+\epsilon}} (1 - \epsilon)^{\frac{\epsilon^2 + \epsilon - 1}{1+\epsilon}} d(1 - \epsilon) \right. \\
 &\quad \left. + (1 + \epsilon) \int_{(1+\epsilon)^{1+\epsilon}}^1 (1 - \epsilon)^{-\epsilon} d(1 - \epsilon) \right) \\
 &\leq \sup_{(-\epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} < 1+\epsilon < 1} \frac{\varphi(1 + \epsilon)}{1 + \epsilon} \left( (1 - \epsilon)(1 + \epsilon)^{-\epsilon^2 - \epsilon + 1} \right. \\
 &\quad \left. + (1 + \epsilon)(1 - (1 + \epsilon)^{1+\epsilon})(1 + \epsilon)^{-\epsilon(1+\epsilon)} \right)
 \end{aligned}$$

$$\leq \sup_{(-\epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} < 1+\epsilon < 1} \frac{\varphi(1+\epsilon)}{1+\epsilon} \left( (1-\epsilon)(1+\epsilon)^{-\epsilon^2-\epsilon+1} + (1-\epsilon)(1+\epsilon)^{-\epsilon^2-\epsilon+1} \right)$$

$$\lesssim (1-\epsilon) \sup_{(-\epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} < 1+\epsilon < 1} \varphi(1+\epsilon)(1+\epsilon)^{-\epsilon(1+\epsilon)} \lesssim (1-\epsilon) \sup_{\frac{1}{2} > \epsilon > 0} \varphi \left( (1+\epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} \right) (1+\epsilon)^{-\epsilon}.$$

F i n a l l y

$$\varphi_X(1-\epsilon) \lesssim (1-\epsilon) \sup_{\frac{1}{2} > \epsilon > 0} \varphi(1+\epsilon)(1+\epsilon)^{-\epsilon}, \quad 0 < \epsilon < \frac{1}{2}.$$

$$\varphi_X(1-\epsilon) \lesssim (1-\epsilon) \sup_{\frac{1}{2} > \epsilon > 0} \varphi(1+\epsilon)(1+\epsilon)^{-\epsilon}, \quad 0 < \epsilon < \frac{1}{2}.$$

**Proof of Theorem B.** Consider the Orlicz space  $L^A(0,1)L^A(0,1)$  and the Marcinkiewicz space  $M(0,1)M(0,1)$  from the assumption of the theorem. We will prove both implications at one using only equivalent steps. The statement  $H_{1-\epsilon}^{1+\epsilon}: L^A(0,1) \rightarrow M(0,1)$

$H_{1-\epsilon}^{1+\epsilon}: L^A(0,1) \rightarrow M(0,1)$  means

$$\left\| \int_{(1-\epsilon)^{1+\epsilon}}^1 \sum g_j(1+\epsilon)(1-\epsilon)^{-\epsilon} d(1+\epsilon) \right\|_{M(0,1)} \lesssim \sum_j \|g_j\|_{L^A(0,1)}, \quad g_j \in \mathcal{M}^+(0,1).$$

Passing to the associate spaces, this by [ 10, Lemma 8.1] the same as

$$\left\| (1-\epsilon)^{-\epsilon} \int_0^{(1-\epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}}} \sum f_j(1+\epsilon) d(1+\epsilon) \right\|_{L^{\tilde{A}}(0,1)} \lesssim \sum_j \|f_j\|_{M'(0,1)}, \quad f_j \in \mathcal{M}^+(0,1),$$

where  $\tilde{A}$  is the complementary Young function to  $A$ . This is equivalent to

$$\left\| (1-\epsilon)^{-\epsilon} \int_0^{(1-\epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}}} \sum f_j^*(1+\epsilon) d(1+\epsilon) \right\|_{L^{\tilde{A}}(0,1)} \lesssim \sum_j \|f_j\|_{M'(0,1)}, \quad f_j \in \mathcal{M}^+(0,1).$$

Indeed, one implication follows just by passing to only nonincreasing functions with the fact that  $\|\sum f_j\|_{M'(0,1)} = \|\sum f_j^*\|_{M'(0,1)}$ ,  $\|\sum f_j\|_{M'(0,1)} = \|\sum f_j^*\|_{M'(0,1)}$ , and the other holds thanks to the Hardy-Littlewood inequality applied to functions  $f_j f_j$  and

$$\chi_{\left(0, (1-\epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}}\right)} \cdot \chi_{\left(0, (1-\epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}}\right)}.$$

Using the fact that  $M'(0,1)M'(0,1)$  is a Lorentz endpoint space and passing to the characteristic functions while keeping Proposition 3.4 in mind, this is equivalent to

$$\left\| (1-\epsilon)^{-\epsilon} \int_0^{(1-\epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}}} \chi_{(0,a)}(1+\epsilon) d(1+\epsilon) \right\|_{L^{\tilde{A}}(0,1)} \lesssim \varphi_{M'(a)} \quad a \in (0,1). \quad (3.8)$$

Let us compute the left hand side. Clearly

$$\begin{aligned} & \left\| (1-\epsilon)^{-\epsilon} \int_0^{(1-\epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}}} \chi_{(0,a)}(1+\epsilon) d(1+\epsilon) \right\|_{L^{\tilde{A}}(0,1)} \\ &= \left\| (1-\epsilon)^{-\epsilon} \chi_{(0,a^{1+\epsilon})}(1-\epsilon) \cdot (1-\epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} + (1-\epsilon)^{-\epsilon} \chi_{(a^{1+\epsilon},1)}(1-\epsilon) \right. \\ & \quad \left. \cdot a \right\|_{L^{\tilde{A}}(0,1)} \\ & \leq \left\| (1-\epsilon)^{\frac{\epsilon^2+\epsilon-1}{1+\epsilon}} \chi_{(0,a^{1+\epsilon})}(1-\epsilon) \right\|_{L^{\tilde{A}}(0,1)} \\ & \quad + a \left\| (1-\epsilon)^{-\epsilon} \chi_{(a^{1+\epsilon},1)}(1-\epsilon) \right\|_{L^{\tilde{A}}(0,1)}. \end{aligned}$$

We suppose that  $a \in \left(0, 2^{\frac{-1}{1+\epsilon}}\right), a \in \left(0, 2^{\frac{-1}{1+\epsilon}}\right)$ , since we are interested only in values of  $a$  near zero. We show that the second summand dominates the first one. Indeed, for any r.i. norm we have

$$\begin{aligned}
 a\|(1-\epsilon)^{-\epsilon}\chi_{(a^{1+\epsilon},1)}(1-\epsilon)\| &\geq a\|(1-\epsilon)^{-\epsilon}\chi_{(a^{1+\epsilon},2a^{1+\epsilon})}(1-\epsilon)\| \\
 &\geq a(2a^{1+\epsilon})^{-\epsilon}\|\chi_{(a^{1+\epsilon},2a^{1+\epsilon})}(1-\epsilon)\| \simeq a^{-\epsilon^2-\epsilon+1}\|\chi_{(0,a^{1+\epsilon})}(1-\epsilon)\| \\
 &\geq \left\| (1-\epsilon)^{\frac{\epsilon^2+\epsilon-1}{1+\epsilon}}\chi_{(0,a^{1+\epsilon})}(1-\epsilon) \right\|.
 \end{aligned}$$

Therefore we can state that

$$\begin{aligned}
 &\left\| (1-\epsilon)^{-\epsilon} \int_0^{(1-\epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}}} \chi_{(0,a)}(1+\epsilon)d(1+\epsilon) \right\|_{L^{\tilde{A}}(0,1)} \\
 &\simeq a\|(1-\epsilon)^{-\epsilon}\chi_{(a^{1+\epsilon},1)}(1-\epsilon)\|_{L^{\tilde{A}}(0,1)}. \tag{3.9}
 \end{aligned}$$

At this moment, it is the time for using Lemma 3.1. We need the part (3.4) with (3.3) for  $\xi = \epsilon > 0, R = 1, \xi = \epsilon > 0, R = 1$  and  $\epsilon = 1 - 2^{-\frac{1}{1+\epsilon}}, \epsilon = 1 - 2^{-\frac{1}{1+\epsilon}}$ . The assumption (3.1) can be rendered as satisfied without any loss of generality since the domain is of finite measure, hence the appropriate Young function can be redefined on  $(0,1)(0,1)$  without any effect to the corresponding Orlicz space. Note also that we are using the complementary Young function  $\tilde{A}\tilde{A}$  instead of  $AA$ . Hence we conclude that (3.8) is equivalent to

$$\frac{a^{-\epsilon^2-\epsilon+1}}{E_{-\epsilon}^{-1}(a^{-(1+\epsilon)})} \lesssim \varphi_{M'}(a) \quad a \in \left(0, 2^{-\frac{1}{1+\epsilon}}\right). \tag{3.10}$$

Now we substitute  $(1-\epsilon) = a^{-(1+\epsilon)}(1-\epsilon) = a^{-(1+\epsilon)}$  and use the fact that  $\varphi_{M'}(a)\varphi(a) = a.\varphi_{M'}(a)\varphi(a) = a$ . We get

$$\varphi\left((1-\epsilon)^{-\frac{1}{1+\epsilon}}\right)(1-\epsilon)^{-\epsilon} \lesssim E_{-\epsilon}^{-1}(1-\epsilon), \quad -\infty < \epsilon < 2^{-\frac{1}{1+\epsilon}} - 1. \tag{3.11}$$

$$\varphi\left((1-\epsilon)^{-\frac{1}{1+\epsilon}}\right)(1-\epsilon)^{-\epsilon} \lesssim E_{-\epsilon}^{-1}(1-\epsilon), \quad -\infty < \epsilon < 2^{-\frac{1}{1+\epsilon}} - 1. \tag{3.11},$$

Let us define  $F(1 - \epsilon) = \bar{\varphi} \left( (1 - \epsilon)^{-\frac{1}{1+\epsilon}} \right) (1 - \epsilon)^{-\epsilon}$ ,  $0 < \epsilon < 1$ ,

$$F(1 - \epsilon) = \bar{\varphi} \left( (1 - \epsilon)^{-\frac{1}{1+\epsilon}} \right) (1 - \epsilon)^{-\epsilon}, \quad 0 < \epsilon < 1,$$

where the function  $\bar{\varphi}(1 - \epsilon)\bar{\varphi}(1 - \epsilon)$  is taken from Lemma 3.2. We claim that  $F(1 - \epsilon)F(1 - \epsilon)$  is the least nondecreasing

majorant of  $\varphi \left( (1 - \epsilon)^{-\frac{1}{1+\epsilon}} \right) (1 - \epsilon)^{-\epsilon} \varphi \left( (1 - \epsilon)^{-\frac{1}{1+\epsilon}} \right) (1 - \epsilon)^{-\epsilon}$ .  
Indeed,

$$\bar{\varphi}(1 - \epsilon) = (1 - \epsilon)^{-\epsilon(1+\epsilon)} \sup_{\frac{1}{2} > \epsilon > 0} \varphi(1 + \epsilon)(1 + \epsilon)^{-\epsilon(1+\epsilon)}, \quad 0 < \epsilon < 1,$$

$$\bar{\varphi}(1 - \epsilon) = (1 - \epsilon)^{-\epsilon(1+\epsilon)} \sup_{\frac{1}{2} > \epsilon > 0} \varphi(1 + \epsilon)(1 + \epsilon)^{-\epsilon(1+\epsilon)}, \quad 0 < \epsilon < 1,$$

hence

$$\bar{\varphi} \left( (1 - \epsilon)^{-\frac{1}{1+\epsilon}} \right) (1 - \epsilon)^{-\epsilon} = \sup_{0 < \epsilon < \frac{1}{2}} \varphi \left( (1 + \epsilon)^{-\frac{1}{1+\epsilon}} \right) (1 + \epsilon)^{-\epsilon}, \quad 0 < \epsilon < 1,$$

$$\bar{\varphi} \left( (1 - \epsilon)^{-\frac{1}{1+\epsilon}} \right) (1 - \epsilon)^{-\epsilon} = \sup_{0 < \epsilon < \frac{1}{2}} \varphi \left( (1 + \epsilon)^{-\frac{1}{1+\epsilon}} \right) (1 + \epsilon)^{-\epsilon}, \quad 0 < \epsilon < 1,$$

and the claim follows. Since the function  $E_{-\epsilon}E_{-\epsilon}$  is strictly increasing as well as its inverse, we can enlarge the left hand side of the inequality (3.11) by  $F(1 - \epsilon)F(1 - \epsilon)$ . Hence we can equivalently continue by

$$F(1 + \epsilon) \lesssim E_{-\epsilon}^{-1}(1 - \epsilon), \quad -\infty < \epsilon < 2^{-\frac{1}{1+\epsilon}} - 1. \quad (3.12)$$

Now Lemma 3.3 comes to play with

$$u(1 - \epsilon) = \bar{\varphi} \left( (1 - \epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} \right) (1 - \epsilon)^{1+\epsilon}.$$

$u(1 - \epsilon) = \bar{\varphi} \left( (1 - \epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} \right) (1 - \epsilon)^{1+\epsilon}$ . By Lemma 3.2  $u u$  is quasiconcave and strictly increasing on  $(0,1)$ . Next,

$$\lim_{1-\epsilon \rightarrow 0^+} \frac{u(1-\epsilon)}{1-\epsilon} = \lim_{1-\epsilon \rightarrow 0^+} \sup_{\frac{1}{2} > \epsilon > 0} \varphi \left( (1+\epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} \right) (1+\epsilon)^{-\epsilon} = \infty$$

thanks to the assumption of the theorem. Also,  $uu$  is right continuous at the origin since

$$u(1-\epsilon) = (1-\epsilon) \sup_{\frac{1}{2} > \epsilon > 0} \varphi \left( (1+\epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} \right) (1+\epsilon)^{-\epsilon} \leq \varphi(1)(1-\epsilon)^{1-\epsilon}.$$

$$u(1-\epsilon) = (1-\epsilon) \sup_{\frac{1}{2} > \epsilon > 0} \varphi \left( (1+\epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}} \right) (1+\epsilon)^{-\epsilon} \leq \varphi(1)(1-\epsilon)^{1-\epsilon}.$$

We obtain a Young function  $BB$  such that  $\tilde{B}^{-1}(1-\epsilon) \simeq F(1-\epsilon)$ .

$\tilde{B}^{-1}(1-\epsilon) \simeq F(1-\epsilon)$ . Theorem C ensures that the space

$L^B(0,1)L^B(0,1)$  has the same fundamental function as the

optimal r.i. domain  $X(0,1)X(0,1)$  in  $H_{1-\epsilon}^{1+\epsilon}: L^A(0,1) \rightarrow M(0,1)$

$H_{1-\epsilon}^{1+\epsilon}: L^A(0,1) \rightarrow M(0,1)$ . Using this and passing to inverse

functions, (3.12) is equivalent to existence of some constant  $C > 0$

$C > 0$  such that

$$E_{-\epsilon}(2+\epsilon) \leq \tilde{B}(C(2+\epsilon)), 0 < \epsilon < \infty,$$

$$E_{-\epsilon}(2+\epsilon) \leq \tilde{B}(C(2+\epsilon)), 0 < \epsilon < \infty, \text{ w h e r e}$$

$$c = E_{-\epsilon}^{-1} \left( 2^{\frac{1}{1+\epsilon}} \right) > 0. c = E_{-\epsilon}^{-1} \left( 2^{\frac{1}{1+\epsilon}} \right) > 0.$$

This is however equivalent to

$$E_{-\epsilon}(2+\epsilon) \lesssim \tilde{B}(C(2+\epsilon)), 0 < \epsilon < \infty,$$

$$E_{-\epsilon}(2+\epsilon) \lesssim \tilde{B}(C(2+\epsilon)), 0 < \epsilon < \infty, \text{ w h i c h}$$

is nothing but  $\int_0^{2+\epsilon} \frac{A(1-\epsilon)}{(1-\epsilon)^{\frac{1}{1-\epsilon}}} d(1-\epsilon) \lesssim \frac{\tilde{B}(C(2+\epsilon))}{(2+\epsilon)^{\frac{1}{-\epsilon}}}$

$$\int_0^{2+\epsilon} \frac{A(1-\epsilon)}{(1-\epsilon)^{\frac{1}{1-\epsilon}}} d(1-\epsilon) \lesssim \frac{\tilde{B}(C(2+\epsilon))}{(2+\epsilon)^{\frac{1}{-\epsilon}}}, \quad 0 < \epsilon < \infty. 0 < \epsilon < \infty.$$

Finally observe that the quantities

$$\int_0^{2+\epsilon} \tilde{A}(1-\epsilon)(1-\epsilon)^{\frac{1+\epsilon}{-\epsilon}} d(1-\epsilon)$$

$$\int_0^{2+\epsilon} \tilde{A}(1-\epsilon)(1-\epsilon)^{\frac{1+\epsilon}{-\epsilon}} d(1-\epsilon) \tag{and}$$

$$\int_1^{2+\epsilon} \tilde{A}(1-\epsilon)(1-\epsilon)^{\frac{1+\epsilon}{-\epsilon}} d(1-\epsilon)$$

$$\int_1^{2+\epsilon} \tilde{A}(1-\epsilon)(1-\epsilon)^{\frac{1+\epsilon}{-\epsilon}} d(1-\epsilon)$$

are comparable since  $0 < \epsilon < \infty, 0 < \epsilon < \infty$ . One can now immediately observe that the resulting inequality does not depend on the behavior of the Young function  $\tilde{A}$  on the interval  $(0,1)$ .

**Proof of Theorem A.** Before proving Theorem A we need several auxiliary results.

The next theorem is the crucial ingredient in the proof of the main result and it reveals the constructive approach to the nonexistence of an optimal Orlicz domain space in appropriate situations (see [20]).

**Theorem 4.1.** Let Young functions  $A$  and  $B$  satisfy for  $0 \leq \epsilon < 10 \leq \epsilon < 1$  and some  $C > 0$  the inequality

$$\int_1^{2+\epsilon} \frac{A(1-\epsilon)}{(1-\epsilon)^{\frac{1}{1-\epsilon}}} d(1-\epsilon) \lesssim \frac{B(C(2+\epsilon))}{(2+\epsilon)^{\frac{-1}{\epsilon}}}, 0 < \epsilon < \infty. \tag{4.1}$$

If

$$\lim_{2+\epsilon \rightarrow \infty} \frac{B(2+\epsilon)}{(2+\epsilon)^{\frac{-1}{\epsilon}}} = \infty \tag{4.2}$$

and

$$\lim_{2+\epsilon \rightarrow \infty} \sup \frac{(2+\epsilon)^{\frac{-1}{\epsilon}}}{B(\epsilon^2+3\epsilon+2)} \int_1^{2+\epsilon} \frac{B(2+\epsilon)}{(1-\epsilon)^{\frac{-1}{\epsilon}}} d(1-\epsilon) = \infty \quad (4.3)$$

for every  $\epsilon \geq 0, \epsilon \geq 0$ , then there exists a Young functions  $A_1 A_1$  satisfying  $A_1 \gg AA_1 \gg A$  and

$$\int_1^{2+\epsilon} \frac{A_1(1-\epsilon)}{(1-\epsilon)^{\frac{-1}{\epsilon}}} d(1-\epsilon) \lesssim \frac{B(C(2+\epsilon))}{(2+\epsilon)^{\frac{-1}{\epsilon}}}$$

$$\int_1^{2+\epsilon} \frac{A_1(1-\epsilon)}{(1-\epsilon)^{\frac{-1}{\epsilon}}} d(1-\epsilon) \lesssim \frac{B(C(2+\epsilon))}{(2+\epsilon)^{\frac{-1}{\epsilon}}}, \quad , 0 < \epsilon < \infty. , 0 < \epsilon < \infty.$$

**Proof.** Let  $AA$  and  $BB$  be the Young functions from the assumptions. First, we establish an upper bound for  $AA$ . Namely, for  $, 0 < \epsilon < \infty ,, 0 < \epsilon < \infty ,$

$$\frac{B(2C(1+\epsilon))}{(1+\epsilon)^{\frac{-1}{\epsilon}}}$$

$$\geq \int_1^{2(1+\epsilon)} \frac{A(1-\epsilon)}{(1-\epsilon)^{\frac{1}{1-\epsilon}}} d(1-\epsilon)$$

$$\geq \int_{1+\epsilon}^{2(1+\epsilon)} \frac{A(1-\epsilon)}{(1-\epsilon)^{\frac{1}{1-\epsilon}}} d(1-\epsilon) \geq A(1+\epsilon) \int_{1+\epsilon}^{2(1+\epsilon)} \frac{1}{(1-\epsilon)^{\frac{1}{1-\epsilon}}} d(1-\epsilon)$$

$$\approx \frac{A(1-\epsilon)}{(1+\epsilon)^{\frac{-1}{\epsilon}}}.$$

Using this, we obtain the existence of  $\gamma > 0 \gamma > 0$  such that  $\gamma B(2C(1+\epsilon)) > A(1+\epsilon), 0 < \epsilon < \infty . (4.4)$

Now we fix this  $\gamma \gamma$  and, for every  $, 0 < \epsilon < \infty ,, 0 < \epsilon < \infty ,$  we define the set

$$G_{(1+\epsilon)} = \left\{ 0 < \epsilon < \infty, \frac{A(1+\epsilon)}{1+\epsilon} \geq \gamma \frac{B(2C(1+\epsilon))}{1+\epsilon} \right\}.$$

Since  $\frac{A(1-\epsilon)A(1-\epsilon)}{1-\epsilon \ 1-\epsilon}$  is a nondecreasing mapping from  $(0, \infty)(0, \infty)$  onto itself, the sets are nonempty for every  $, 0 < \epsilon < \infty ., 0 < \epsilon < \infty$ . Let us define  $\tau = \tau_{(1+\epsilon)} = \inf G_{(1+\epsilon)}$ .  $\tau = \tau_{(1+\epsilon)} = \inf G_{(1+\epsilon)}$ . Observe that, for  $, 0 < \epsilon < \infty , 0 < \epsilon < \infty ,$

and 
$$0 < \epsilon < \frac{1}{2}, \frac{A(1-\epsilon)}{1+\epsilon} \leq \frac{A(1+\epsilon)}{1+\epsilon} < \gamma \frac{B(2C(1+\epsilon))}{1+\epsilon}$$

$$0 < \epsilon < \frac{1}{2}, \frac{A(1-\epsilon)}{1+\epsilon} \leq \frac{A(1+\epsilon)}{1+\epsilon} < \gamma \frac{B(2C(1+\epsilon))}{1+\epsilon}$$

thanks to the estimate (4.4). Hence  $\tau_{(1+\epsilon)} > 1 + \epsilon \tau_{(1+\epsilon)} > 1 + \epsilon$  for every  $(1 + \epsilon).(1 + \epsilon)$ . Moreover, since  $\frac{A(1+\epsilon)A(1+\epsilon)}{1+\epsilon \ 1+\epsilon}$  is

continuous, we have the equality

$$\frac{A(\tau)}{\tau} = \gamma \frac{B(2C(1+\epsilon))}{1+\epsilon}, 0 < \epsilon < \infty, \quad (4.5)$$

Let  $(1 + \epsilon)(1 + \epsilon)$  be a real number such that  $\epsilon \geq 0. \epsilon \geq 0$ . Then

$$\limsup_{1+\epsilon \rightarrow \infty} \frac{A(\tau_{1+\epsilon})}{\tau_{1+\epsilon}} \cdot \frac{1+\epsilon}{A(2(\epsilon^2+2\epsilon+1))} = \infty. \quad (4.6)$$

Indeed, suppose that there exist  $\epsilon \geq 0. \epsilon \geq 0$  and some  $L > 0$   $L > 0$  such that there is for all ,,

$0 < \epsilon < \infty, 0 < \epsilon < \infty$ , the estimate  $\frac{A(\tau)}{\tau} \cdot \frac{1+\epsilon}{A(2(\epsilon^2+2\epsilon+1))} < L,$

$$\frac{A(\tau)}{\tau} \cdot \frac{1+\epsilon}{A(2(\epsilon^2+2\epsilon+1))} < L, \text{ or equivalently}$$

$$\frac{A(2(\epsilon^2 + 2\epsilon + 1))}{1 + \epsilon} > L^{-1} \frac{A(\tau)}{\tau} . \tag{4.7}$$

Now for,  $\epsilon > 0, \epsilon > 0$  the following holds:

$$\frac{B(C(\epsilon^2+2\epsilon+1))}{(2+\epsilon)^{\frac{1}{1-\epsilon}}} \gtrsim \int_1^{(\epsilon^2+2\epsilon+1)} \frac{A(1-\epsilon)}{(1-\epsilon)^{\frac{1}{1-\epsilon}}} d(1-\epsilon) \geq \int_{1+\epsilon}^{(\epsilon^2+2\epsilon+1)} \frac{A(1-\epsilon)}{(1-\epsilon)^{\frac{1}{1-\epsilon}}} d(1-\epsilon) \simeq \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{2+\epsilon}{2}} \frac{A(2(\epsilon^2-1))}{(1-\epsilon)^{\frac{1}{1-\epsilon}}} d(1-\epsilon)$$

$$\frac{B(C(\epsilon^2+2\epsilon+1))}{(2+\epsilon)^{\frac{1}{1-\epsilon}}} \gtrsim \int_1^{(\epsilon^2+2\epsilon+1)} \frac{A(1-\epsilon)}{(1-\epsilon)^{\frac{1}{1-\epsilon}}} d(1-\epsilon) \geq \int_{1+\epsilon}^{(\epsilon^2+2\epsilon+1)} \frac{A(1-\epsilon)}{(1-\epsilon)^{\frac{1}{1-\epsilon}}} d(1-\epsilon) \simeq \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{2+\epsilon}{2}} \frac{A(2(\epsilon^2-1))}{(1-\epsilon)^{\frac{1}{1-\epsilon}}} d(1-\epsilon)$$

$$\begin{aligned} \text{(by change of variables)} &\gtrsim \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{2+\epsilon}{2}} \frac{A(\tau(1-\epsilon))}{\tau(1-\epsilon)} \frac{1}{(1-\epsilon)^{\frac{1}{1-\epsilon}}} d(1-\epsilon) \\ &\gtrsim \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{2+\epsilon}{2}} \frac{A(\tau(1-\epsilon))}{\tau(1-\epsilon)} \frac{1}{(1-\epsilon)^{\frac{1}{1-\epsilon}}} d(1-\epsilon) \end{aligned}$$

$$\text{(by (4.7))} \simeq \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{2+\epsilon}{2}} \frac{B(2C(1-\epsilon))}{1-\epsilon} \frac{1}{(1-\epsilon)^{\frac{1}{1-\epsilon}}} d(1-\epsilon)$$

$$\simeq \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{2+\epsilon}{2}} \frac{B(2C(1-\epsilon))}{1-\epsilon} \frac{1}{(1-\epsilon)^{\frac{1}{1-\epsilon}}} d(1-\epsilon) \text{(by (4.5))}$$

$$\simeq \int_1^{2+\epsilon} \frac{B(C(1-\epsilon))}{(1-\epsilon)^{\frac{1}{1-\epsilon}}} d(1-\epsilon) . \simeq \int_1^{2+\epsilon} \frac{B(C(1-\epsilon))}{(1-\epsilon)^{\frac{1}{1-\epsilon}}} d(1-\epsilon) .$$

After the change of variables  $C(1-\epsilon) \mapsto 1-\epsilon, C(1-\epsilon) \mapsto 1-\epsilon$ , this contradicts (4.3) for this  $(1+\epsilon)(1+\epsilon)$ . From estimate (4.6), we can take an increasing sequence  $2 < (2+\epsilon)_j < \infty, j \geq 2, 2 < (2+\epsilon)_j < \infty, j \geq 2$ , such that

$$\lim_{j \rightarrow \infty} \frac{A(\tau_j)}{\tau_j} \cdot \frac{(2 + \epsilon)_j}{A(j(2 + \epsilon)_j)} = \infty, \tag{4.8}$$

where we define  $\tau_j = \tau_{(2+\epsilon)_j}$ . We can also choose this sequence to ensure  $\tau_{j+1} > \tau_j$ . We claim that without loss of generality we can assume that  $2\tau_j < \tau_j 2\tau_j < \tau_j$  for every index  $j \geq 2$ . Indeed, suppose that there exists a subsequence  $j_{(1+\epsilon)}$  in  $\mathbb{N}$  such that  $\tau_{j_{(1+\epsilon)}} \leq 2\tau_{j_{(1+\epsilon)}} \cdot \tau_{j_{(1+\epsilon)}} \leq 2\tau_{j_{(1+\epsilon)}}$ . Then

$$\begin{aligned} & A(\tau_{j_{(1+\epsilon)}}) \leq A(2\tau_{j_{(1+\epsilon)}}) A(\tau_{j_{(1+\epsilon)}}) \leq A(2\tau_{j_{(1+\epsilon)}}) \text{ and} \\ & \frac{A(\tau_{j_{(1+\epsilon)}})}{\tau_{j_{(1+\epsilon)}}} \cdot \frac{(2+\epsilon)_{j_{(1+\epsilon)}}}{A(j_{(1+\epsilon)}(2+\epsilon)_{j_{(1+\epsilon)}})} \leq \frac{A(2(2+\epsilon)_{j_{(1+\epsilon)}})}{(2+\epsilon)_{j_{(1+\epsilon)}}} \cdot \frac{(2+\epsilon)_{j_{(1+\epsilon)}}}{A(\frac{1+\epsilon}{2} 2(2+\epsilon)_{j_{(1+\epsilon)}})} \leq \frac{A(2(2+\epsilon)_{j_{(1+\epsilon)}})}{A(2(2+\epsilon)_{j_{(1+\epsilon)}})} \cdot \frac{2}{j_{(1+\epsilon)}} = \\ & \frac{2}{j_{(1+\epsilon)}} \rightarrow 0 \\ & \frac{A(\tau_{j_{(1+\epsilon)}})}{\tau_{j_{(1+\epsilon)}}} \cdot \frac{(2+\epsilon)_{j_{(1+\epsilon)}}}{A(j_{(1+\epsilon)}(2+\epsilon)_{j_{(1+\epsilon)}})} \leq \frac{A(2(2+\epsilon)_{j_{(1+\epsilon)}})}{(2+\epsilon)_{j_{(1+\epsilon)}}} \cdot \frac{(2+\epsilon)_{j_{(1+\epsilon)}}}{A(\frac{1+\epsilon}{2} 2(2+\epsilon)_{j_{(1+\epsilon)}})} \leq \frac{A(2(2+\epsilon)_{j_{(1+\epsilon)}})}{A(2(2+\epsilon)_{j_{(1+\epsilon)}})} \cdot \frac{2}{j_{(1+\epsilon)}} = \\ & \frac{2}{j_{(1+\epsilon)}} \rightarrow 0 \end{aligned}$$

as  $1 + \epsilon \rightarrow \infty, 1 + \epsilon \rightarrow \infty$ , which is impossible due to (4.8).

At this moment, we can define a function  $A_1 A_1$  by the formula

$$\begin{aligned} A_1(2 + \epsilon) &= \begin{cases} A((2 + \epsilon)_j) + \frac{A(\tau_j) - A((2 + \epsilon)_j)}{\tau_j - (2 + \epsilon)_j} (2 + \epsilon - (2 + \epsilon)_j), & (2 + \epsilon) \\ A(2 + \epsilon), & \text{otherwise.} \end{cases} \\ &\leq (2 + \epsilon)_j \leq \tau_j, j \in \mathbb{N}, \end{aligned}$$

Obviously,  $A_1 \geq A A_1 \geq A$  and  $A_1 A_1$  is a Young function.

Moreover, for  $j \in \mathbb{N}, j \geq 2, j \in \mathbb{N}, j \geq 2,$

$$\frac{A_1(2(2+\epsilon)_j)}{A(j(2+\epsilon)_j)} = \frac{A((2+\epsilon)_j) + \frac{A(\tau_j) - A((2+\epsilon)_j)}{\tau_j - (2+\epsilon)_j} (2+\epsilon)_j}{A(j(2+\epsilon)_j)} \geq \frac{A(\tau_j) - A((2+\epsilon)_j)}{A(j(2+\epsilon)_j)} \cdot \frac{(2+\epsilon)_j}{\tau_j} \geq \frac{A(\tau_j) - A(\frac{\tau_j}{2})}{A(j(2+\epsilon)_j)} \cdot \frac{(2+\epsilon)_j}{\tau_j}$$

$$\frac{A_1(2(2+\epsilon)_j)}{A(j(2+\epsilon)_j)} = \frac{A((2+\epsilon)_j) + \frac{A(\tau_j) - A((2+\epsilon)_j)}{\tau_j - (2+\epsilon)_j} (2+\epsilon)_j}{A(j(2+\epsilon)_j)} \geq \frac{A(\tau_j) - A((2+\epsilon)_j)}{A(j(2+\epsilon)_j)} \cdot \frac{(2+\epsilon)_j}{\tau_j} \geq \frac{A(\tau_j) - A(\frac{\tau_j}{2})}{A(j(2+\epsilon)_j)} \cdot \frac{(2+\epsilon)_j}{\tau_j}$$

$$(\text{since } 2(2+\epsilon)_j < \tau_j 2(2+\epsilon)_j < \tau_j) \geq \frac{1}{2} \cdot \frac{A(\tau_j)}{\tau_j} \cdot \frac{(2+\epsilon)_j}{A(j(2+\epsilon)_j)}$$

$$\geq \frac{1}{2} \cdot \frac{A(\tau_j)}{\tau_j} \cdot \frac{(2+\epsilon)_j}{A(j(2+\epsilon)_j)} \quad (\text{since } A\left(\frac{\tau_j}{2}\right) \leq A\left(\frac{\tau_j}{2}\right) A\left(\frac{\tau_j}{2}\right) \leq A\left(\frac{\tau_j}{2}\right)),$$

and the latter tends to infinity as  $j \rightarrow \infty, j \rightarrow \infty$  by (4.8). Therefore

$$\lim_{2+\epsilon \rightarrow \infty} \sup \frac{A_1(2+\epsilon)}{A(\lambda(2+\epsilon))} = \infty \lim_{2+\epsilon \rightarrow \infty} \sup \frac{A_1(2+\epsilon)}{A(\lambda(2+\epsilon))} = \infty$$

for every  $\lambda > 2, \lambda > 2,$  which is precisely  $A_1 \gg A, A_1 \gg A.$

It remains to show that  $A_1 A_1$  satisfies the condition (4.1) with

$AA$  replaced by  $A_1 A_1.$  Let  $0 < \epsilon < \infty, 0 < \epsilon < \infty$  be fixed. We

find  $j \in \mathbb{N}, j \in \mathbb{N}$  such that  $(2+\epsilon) \leq (2+\epsilon)_j < (2+\epsilon)_{j+1}.$

$(2+\epsilon) \leq (2+\epsilon)_j < (2+\epsilon)_{j+1}.$  Then we have

$$\begin{aligned}
 & \int_1^{2+\epsilon} \frac{A_1(1-\epsilon)}{(1-\epsilon)^{\frac{1}{1-\epsilon}}} d(1-\epsilon) \\
 & \leq \int_1^{2+\epsilon} \frac{A(1-\epsilon)}{(1-\epsilon)^{\frac{1}{1-\epsilon}}} d(1-\epsilon) \\
 & + \sum_{\epsilon=0}^j \int_{(2+\epsilon)_{1+\epsilon}}^{\tau_{1+\epsilon}} \left( A((2+\epsilon)_{1+\epsilon}) \right. \\
 & \left. + \frac{A(\tau_{1+\epsilon}) - A((2+\epsilon)_{1+\epsilon})}{\tau_{1+\epsilon} - (2+\epsilon)_{1+\epsilon}} \left( (1-\epsilon) - (2+\epsilon)_{1+\epsilon} \right) \right) \frac{1}{(1-\epsilon)^{\frac{1}{1-\epsilon}}} d(1-\epsilon) \\
 & \leq 2 \int_1^{2+\epsilon} \frac{A(1-\epsilon)}{(1-\epsilon)^{\frac{1}{1-\epsilon}}} d(1-\epsilon) \\
 & + \sum_{\epsilon=0}^j \frac{A(\tau_{1+\epsilon}) - A((2+\epsilon)_{1+\epsilon})}{\tau_{1+\epsilon} - (2+\epsilon)_{1+\epsilon}} \int_{(2+\epsilon)_{1+\epsilon}}^{\tau_{1+\epsilon}} \frac{\left( (1-\epsilon) - (2+\epsilon)_{1+\epsilon} \right)}{(1-\epsilon)^{\frac{1}{1-\epsilon}}} d(1-\epsilon).
 \end{aligned}$$

We can follow with estimates of the latter integral. Since  $\epsilon > -1$ ,  $\epsilon > -1$ ,

we have for  $1 + \epsilon \in \mathbb{N}$  such that  $0 \leq \epsilon \leq j - 1$ ,  $0 \leq \epsilon \leq j - 1$ ,

$$\begin{aligned}
 & \int_{(2+\epsilon)_{1+\epsilon}}^{\tau_{1+\epsilon}} \frac{\left( (1-\epsilon) - (2+\epsilon)_{1+\epsilon} \right)}{(1-\epsilon)^{\frac{1}{1-\epsilon}}} d(1-\epsilon) \\
 & \leq \int_{(2+\epsilon)_{1+\epsilon}}^{\tau_{1+\epsilon}} \frac{1}{(1-\epsilon)^{\frac{-1}{\epsilon}}} d(1-\epsilon) \leq \int_{(2+\epsilon)_{1+\epsilon}}^{\infty} \frac{1}{(1-\epsilon)^{\frac{-1}{\epsilon}}} d(1-\epsilon) \simeq \frac{1}{1+\epsilon}.
 \end{aligned}$$

This together with the fact that  $2(2+\epsilon)_{1+\epsilon} < \tau_{1+\epsilon}$  gives  $2(2+\epsilon)_{1+\epsilon} < \tau_{1+\epsilon}$

$$\int_1^{2+\epsilon} \frac{A_1(1-\epsilon)}{(1-\epsilon)^{\frac{1}{1-\epsilon}}} d(1-\epsilon) \lesssim 2 \int_1^{2+\epsilon} \frac{A(1-\epsilon)}{(1-\epsilon)^{\frac{1}{1-\epsilon}}} d(1-\epsilon) + 2 \sum_{\epsilon=0}^j \frac{A(\tau_{1+\epsilon})}{\tau_{1+\epsilon}} \frac{1}{(2+\epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}}}.$$

Since (4.5) implies  $\frac{A(\tau_{1+\epsilon})}{\tau_{1+\epsilon}} \frac{1}{(2+\epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}}} = \gamma \frac{B(2C(2+\epsilon)_{1+\epsilon})}{(2+\epsilon)^{\frac{-1}{1+\epsilon}}}$

$\frac{A(\tau_{1+\epsilon})}{\tau_{1+\epsilon}} \frac{1}{(2+\epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}}} = \gamma \frac{B(2C(2+\epsilon)_{1+\epsilon})}{(2+\epsilon)^{\frac{-1}{1+\epsilon}}}$  we have by (4.1)

$$\int_1^{2+\epsilon} \frac{A_1(1-\epsilon)}{(1-\epsilon)^{\frac{1}{1-\epsilon}}} d(1-\epsilon) \lesssim \frac{B(C(2+\epsilon))}{(2+\epsilon)^{\frac{-1}{\epsilon}}} + \sum_{\epsilon=0}^j \frac{B(2C(2+\epsilon)_{1+\epsilon})}{(2+\epsilon)^{\frac{-1}{1+\epsilon}}}.$$

Because the sequence  $(2+\epsilon)_j(2+\epsilon)_j$  could be taken arbitrarily fast growing, we can assume without loss of generality that

$$\frac{B(C(2+\epsilon))}{(2+\epsilon)^{\frac{-1}{\epsilon}}} \geq \sum_{\epsilon=0}^{i-1} \frac{B(2C(2+\epsilon)_{1+\epsilon})}{(2+\epsilon)^{\frac{-1}{1+\epsilon}}}, \quad (2+\epsilon)_j < (2+\epsilon) < \infty,$$

$$\frac{B(C(2+\epsilon))}{(2+\epsilon)^{\frac{-1}{\epsilon}}} \geq \sum_{\epsilon=0}^{i-1} \frac{B(2C(2+\epsilon)_{1+\epsilon})}{(2+\epsilon)^{\frac{-1}{1+\epsilon}}}, \quad (2+\epsilon)_j < (2+\epsilon) < \infty,$$

thanks to the assumption (A.2).

Adding all the estimates together, we finally obtain that

$$\int_1^{2+\epsilon} \frac{A_1(1-\epsilon)}{(1-\epsilon)^{\frac{1}{1-\epsilon}}} d(1-\epsilon) \lesssim \frac{B(C(2+\epsilon))}{(2+\epsilon)^{\frac{-1}{\epsilon}}}$$

which proves the theorem. The following auxiliary fact is based on the idea of L'Hôpital's rule and the proof is very similar to the proof of the original result, hence we omit it.

**Proposition 4.2.** Suppose that  $f_j f_j$  and  $g_j g_j$  are real functions having finite derivatives on some neighborhood of infinity. If  $g_j(x) \rightarrow \infty, g_j(x) \rightarrow \infty$ , as  $x \rightarrow \infty, x \rightarrow \infty$ , then

$$\liminf_{x \rightarrow \infty} \sum \frac{f'_j(x)}{f'_j(x)} \leq \liminf_{x \rightarrow \infty} \sum \frac{f_j(x)}{g_j(x)}.$$

**Theorem 4.3.** Let  $G: (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$  be a continuous nondecreasing function satisfying  $\Delta_2$  condition. Then the following are equivalent.

(i) 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sup \frac{1}{G(\epsilon^2 + 3\epsilon + 2)} \int_1^{2+\epsilon} \frac{d(1-\epsilon)}{1-\epsilon} = \infty$$
  

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sup \frac{1}{G(\epsilon^2 + 3\epsilon + 2)} \int_1^{2+\epsilon} \frac{d(1-\epsilon)}{1-\epsilon} = \infty \text{ for every } \epsilon \geq 0;$$
  

$$\epsilon \geq 0;$$

(ii) 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sup \frac{1}{G(2+\epsilon)} \int_1^{2+\epsilon} \frac{d(1-\epsilon)}{1-\epsilon} = \infty;$$
  

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sup \frac{1}{G(2+\epsilon)} \int_1^{2+\epsilon} \frac{d(1-\epsilon)}{1-\epsilon} = \infty;$$

(iii) 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \inf \frac{G(\epsilon^2 + 3\epsilon + 2)}{G(2+\epsilon)} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \inf \frac{G(\epsilon^2 + 3\epsilon + 2)}{G(2+\epsilon)} = 1 \text{ for}$$
  
 every  $\epsilon \geq 0, \epsilon \geq 0$ .

**Proof.** The equivalence (ii)  $\Leftrightarrow$  (i) is trivial, since the quantities  $G(2 + \epsilon)$  and  $G(\epsilon^2 + 3\epsilon + 2)$  are comparable for every fixed  $\epsilon \geq 0$  thanks to the fact that  $G \in \Delta_2$ .

Let us focus on the implication (iii)  $\Rightarrow$  (ii). Let  $\epsilon \geq 0$  be fixed and suppose  $\epsilon > -1$ . Then

$$\begin{aligned} & \int_1^{(\epsilon^2 + 3\epsilon + 2)} \frac{d(1-\epsilon)}{1-\epsilon} \\ & \geq \int_{2+\epsilon}^{(\epsilon^2 + 3\epsilon + 2)} \frac{d(1-\epsilon)}{1-\epsilon} \geq G(2+\epsilon) \int_{2+\epsilon}^{(\epsilon^2 + 3\epsilon + 2)} \frac{d(1-\epsilon)}{1-\epsilon} \\ & = G(2+\epsilon) \log(1+\epsilon). \end{aligned}$$

Dividing both sides by  $G(\epsilon^2 + 3\epsilon + 2)G(\epsilon^2 + 3\epsilon + 2)$  with obtain

$$\log(1 + \epsilon) \frac{G(2+\epsilon)}{G(\epsilon^2+3\epsilon+2)} \leq \frac{1}{G(\epsilon^2+3\epsilon+2)} \int_1^{(\epsilon^2+3\epsilon+2)} \frac{G(1-\epsilon)}{1-\epsilon} d(1-\epsilon).$$

$$\log(1 + \epsilon) \frac{G(2+\epsilon)}{G(\epsilon^2+3\epsilon+2)} \leq \frac{1}{G(\epsilon^2+3\epsilon+2)} \int_1^{(\epsilon^2+3\epsilon+2)} \frac{G(1-\epsilon)}{1-\epsilon} d(1-\epsilon).$$

Taking the limes superior as  $\epsilon \rightarrow \infty$  on both sides of the inequality, we get

$$\begin{aligned} \log(1 + \epsilon) &= \log(1 + \epsilon) \limsup_{\epsilon \rightarrow \infty} \frac{G(2 + \epsilon)}{G(\epsilon^2 + 3\epsilon + 2)} \\ &\leq \limsup_{\epsilon \rightarrow \infty} \frac{1}{G(\epsilon^2 + 3\epsilon + 2)} \int_1^{(\epsilon^2+3\epsilon+2)} \frac{G(1-\epsilon)}{1-\epsilon} d(1-\epsilon) = L, \end{aligned}$$

where  $L$  is independent of  $(1 + \epsilon)$ . Since  $\log(1 + \epsilon) \leq L$  for arbitrary  $(1 + \epsilon)$ ,  $L$  has no other option but to equal infinity.

To prove (ii)  $\Rightarrow$  (iii), let  $\epsilon \geq 0$  be fixed and

$$\text{let us define } f_j(2 + \epsilon) = \int_1^{2+\epsilon} G((\epsilon^2 - 1)) d \frac{d(1-\epsilon)}{1-\epsilon}$$

$$f_j(2 + \epsilon) = \int_1^{2+\epsilon} G((\epsilon^2 - 1)) d \frac{d(1-\epsilon)}{1-\epsilon}$$

$$\text{and } g(2 + \epsilon) = \int_1^{2+\epsilon} G(1 - \epsilon) \frac{d(1-\epsilon)}{1-\epsilon}.$$

$$g(2 + \epsilon) = \int_1^{2+\epsilon} G(1 - \epsilon) \frac{d(1-\epsilon)}{1-\epsilon}. \quad \text{Then both } f_j$$

$f_j$  and  $g_j$  are continuous and have derivatives,

$$\text{namely } f'_j(2 + \epsilon) = \frac{G(\epsilon^2+3\epsilon+2)}{2+\epsilon} g'_j(2 + \epsilon) = \frac{G(2+\epsilon)}{2+\epsilon}.$$

$$f'_j(2 + \epsilon) = \frac{G(\epsilon^2+3\epsilon+2)}{2+\epsilon} g'_j(2 + \epsilon) = \frac{G(2+\epsilon)}{2+\epsilon}. \text{ Since (ii) holds, it has}$$

to be  $g_j(2 + \epsilon) \epsilon \rightarrow \infty, g_j(2 + \epsilon) \epsilon \rightarrow \infty$ , as  $\epsilon \rightarrow \infty, \epsilon \rightarrow \infty$ . Using Proposition 4.2, we get

$$\begin{aligned} 0 \leq \liminf_{\epsilon \rightarrow \infty} \frac{G(\epsilon^2 + 3\epsilon + 2)}{G(2 + \epsilon)} - 1 &\leq \liminf_{\epsilon \rightarrow \infty} \frac{\int_1^{2+\epsilon} G(\epsilon^2 - 1) \frac{d(1-\epsilon)}{1-\epsilon}}{\int_1^{2+\epsilon} G(1-\epsilon) \frac{d(1-\epsilon)}{1-\epsilon}} - 1 \\ &\leq \liminf_{\epsilon \rightarrow \infty} \frac{\int_{1+\epsilon}^{(\epsilon^2+3\epsilon+2)} G(1-\epsilon) \frac{d(1-\epsilon)}{1-\epsilon} - \int_1^{2+\epsilon} G(1-\epsilon) \frac{d(1-\epsilon)}{1-\epsilon}}{\int_1^{2+\epsilon} G(1-\epsilon) \frac{d(1-\epsilon)}{1-\epsilon}} \\ &\leq \liminf_{\epsilon \rightarrow \infty} \frac{G(2 + \epsilon)}{\int_1^{2+\epsilon} G(1-\epsilon) \frac{d(1-\epsilon)}{1-\epsilon}} \frac{\int_{2+\epsilon}^{(\epsilon^2+3\epsilon+2)} G(1-\epsilon) \frac{d(1-\epsilon)}{1-\epsilon}}{G(2 + \epsilon)}. \end{aligned}$$

Since  $\liminf_{\epsilon \rightarrow \infty} \frac{G(2+\epsilon)}{\int_1^{2+\epsilon} G(1-\epsilon) \frac{d(1-\epsilon)}{1-\epsilon}} = 0$

$\liminf_{\epsilon \rightarrow \infty} \frac{G(2+\epsilon)}{\int_1^{2+\epsilon} G(1-\epsilon) \frac{d(1-\epsilon)}{1-\epsilon}} = 0$  it suffices to

show that  $\frac{1}{G(2+\epsilon)} \int_{2+\epsilon}^{(\epsilon^2+3\epsilon+2)} G(1-\epsilon) \frac{d(1-\epsilon)}{1-\epsilon}$

$\frac{1}{G(2+\epsilon)} \int_{2+\epsilon}^{(\epsilon^2+3\epsilon+2)} G(1-\epsilon) \frac{d(1-\epsilon)}{1-\epsilon}$  is bounded. To this end we use

the fact that  $GG$  is nondecreasing and, due to  $G \in \Delta_2, G \in \Delta_2$ , there is some  $c > 0$  such that  $G(\epsilon^2 + 3\epsilon + 2) \leq cG(2 + \epsilon)$   $G(\epsilon^2 + 3\epsilon + 2) \leq cG(2 + \epsilon)$  for big  $(2 + \epsilon)(2 + \epsilon)$ . For such a  $(2 + \epsilon)(2 + \epsilon)$  we have

$$\begin{aligned} & \frac{1}{G(2+\epsilon)} \int_{2+\epsilon}^{(\epsilon^2+3\epsilon+2)} G(1-\epsilon) \frac{d(1-\epsilon)}{1-\epsilon} \\ & \leq \frac{G(\epsilon^2+3\epsilon+2)}{G(2+\epsilon)} \int_{2+\epsilon}^{(\epsilon^2+3\epsilon+2)} \frac{d(1-\epsilon)}{1-\epsilon} \leq c \log(1+\epsilon). \end{aligned}$$

**Proof of Theorem A.** The equivalence of (ii) and (v) follows directly from Theorem B. The condition (v) holds if and only if (iv) holds thanks to the consequence of [15, Theorem A]. In order to show (i)  $\implies$  (v) assume that (v) is not satisfied,

i.e., 
$$\lim_{\epsilon \rightarrow \infty} \sup \frac{1}{G(\epsilon^2+3\epsilon+2)} \int_1^{(2+\epsilon)} \frac{G(1-\epsilon)}{1-\epsilon} d(1-\epsilon) = \infty$$

$$\lim_{\epsilon \rightarrow \infty} \sup \frac{1}{G(\epsilon^2+3\epsilon+2)} \int_1^{(2+\epsilon)} \frac{G(1-\epsilon)}{1-\epsilon} d(1-\epsilon) = \infty,$$
 for some constant  $\epsilon > 0, \epsilon > 0$ , where

$$G(2+\epsilon) = \tilde{B}(2+\epsilon)(2+\epsilon)^{\frac{-1}{\epsilon}}. G(2+\epsilon) = \tilde{B}(2+\epsilon)(2+\epsilon)^{\frac{-1}{\epsilon}}.$$

Now for any Orlicz space  $L^A(0,1)L^A(0,1)$  satisfying  $H_{1-\epsilon}^{1+\epsilon}: L^A(0,1) \rightarrow M(0,1)H_{1-\epsilon}^{1+\epsilon}: L^A(0,1) \rightarrow M(0,1)$  there exists a constant  $C_A C_A$  such that

$$\int_1^{2+\epsilon} \frac{\tilde{A}(1-\epsilon)}{(1-\epsilon)^{\frac{1}{1-\epsilon}}} d(1-\epsilon) \lesssim \frac{\tilde{B}(C_A(2+\epsilon))}{(2+\epsilon)^{\frac{-1}{\epsilon}}}, 0 < \epsilon < \infty$$

due to Theorem B. If the function  $GG$  is unbounded, then Theorem 4.1 ensures the existence of a Young function  $A_1 A_1$  such that the space  $L^{A_1}(0,1)L^{A_1}(0,1)$  is strictly larger than  $L^A(0,1)L^A(0,1)$  and still renders the inequality above true, with possibly different constants. Now again by Theorem B one has  $H_{1-\epsilon}^{1+\epsilon}: L^{A_1}(0,1) \rightarrow M(0,1)H_{1-\epsilon}^{1+\epsilon}: L^{A_1}(0,1) \rightarrow M(0,1)$  and no optimal Orlicz domain exists. This contradicts (i). The case when

the function  $GG$  is bounded and hence equivalent to a constant function, corresponds to the situation when  $M(0,1) = L^\infty(0,1)$ .  $M(0,1) = L^\infty(0,1)$ . Then no optimal Orlicz domain exists thanks to a different construction described in [7, Theorem 6.4]. This also contradicts (i).

To prove (iii) $\implies\implies$ (i) we claim that  $L^B(0,1)L^B(0,1)$  is among the Orlicz spaces  $L^A(0,1)L^A(0,1)$  the largest space rendering  $H_{1-\epsilon}^{1+\epsilon}: L^A(0,1) \rightarrow M(0,1)$ .  $H_{1-\epsilon}^{1+\epsilon}: L^A(0,1) \rightarrow M(0,1)$ . Indeed let  $L^A(0,1)L^A(0,1)$  be any of such spaces. By the optimality of  $X(0,1)$ ,  $X(0,1)$ , we have  $L^A(0,1) \subseteq X(0,1)L^A(0,1) \subseteq X(0,1)$  and thus we have the inequality between appropriate fundamental functions  $\varphi_X(1-\epsilon) \lesssim \varphi_{L^A}$ ,  $0 < \epsilon < 1$   $\varphi_X(1-\epsilon) \lesssim \varphi_{L^A}$ ,  $0 < \epsilon < 1$ .

Since the space  $L^B(0,1)L^B(0,1)$  is defined in a way that its fundamental functions coincides with  $\varphi_X\varphi_X$ , one gets that  $\varphi_{L^B} \lesssim \varphi_{L^A}(1-\epsilon)\varphi_{L^B} \lesssim \varphi_{L^A}(1-\epsilon)$  which implies  $A(1-\epsilon) \leq B(C(1-\epsilon))A(1-\epsilon) \leq B(C(1-\epsilon))$  for some  $C > 0, C > 0$ , hence  $L^A(0,1) \subseteq L^B(0,1)L^A(0,1) \subseteq L^B(0,1)$  and  $L^B(0,1)L^B(0,1)$  is optimal. The equivalence of (ii) and (iii) follows directly from the definition of the optimal r.i. space, and the equivalence of (v) and (vi) has already been proved in Theorem 4.3.

**Remark 4.4.** Note that the proof of the implication (iii) $\implies\implies$ (i) does not depend on the target space, so it can be used to prove the optimality in positive cases for any r.i. target space  $Y$ .

## 5.Examples and applications

### 5.1. Sobolev embeddings on John domains

We begin by the easiest case of Sobolev embeddings, namely those acting on John domains. We will use the reduction theorem from [10]. Recall that a bounded open set  $\Omega$  in  $\mathbb{R}^{(1+2\epsilon)} \mathbb{R}^{(1+2\epsilon)}$  is called a John domain if there exist a constant  $c \in (0,1)$  and a point  $x_0 \in \Omega$  such that for every  $x \in \Omega$  there exists a rectifiable curve  $\varphi: [0, l] \rightarrow \Omega$ , parameterized by arc length, such that  $\varphi(0) = x, \varphi(l) = x_0$  and  $\text{dist}(\varphi(r), \partial\Omega) \leq cr, r \in [0, l]$ . We will use the reduction principle for John domains proved in [10, Theorem 6.1]. It can be read as follows. Let  $\epsilon \in \mathbb{N}, \epsilon \geq 0$  and let  $m \in \mathbb{N}$ . Assume that  $\Omega$  is a John domain in  $\mathbb{R}^{(2+\epsilon)} \mathbb{R}^{(2+\epsilon)}$ . Let  $\|\cdot\|_{X(0,1)}$  and  $\|\cdot\|_{Y(0,1)}$  be rearrangement-invariant function norms. Then the following assertions are equivalent.

(i) The Hardy type inequality  $\left\| \sum H_{2+\epsilon}^1 f_j \right\|_{Y(0,1)} \leq C \sum_j \|f_j\|_{X(0,1)}$

$\left\| \sum H_{2+\epsilon}^1 f_j \right\|_{Y(0,1)} \leq C \sum_j \|f_j\|_{X(0,1)}$  holds for some constant  $C$  and for every nonnegative  $f_j \in X(0,1)$ .

(ii) The Sobolev embedding  $W^m X(\Omega) \hookrightarrow Y(\Omega)$  holds.

Recall that

$$W^m X(\Omega) = \{u \in \mathcal{M}(\Omega), u \text{ is } m - \text{times weakly differentiable in } \Omega \text{ and } |\nabla^{(1+\epsilon)} u| \in X(\Omega), \epsilon = 0, 1, \dots, m\}$$

$$W^m X(\Omega) = \{u \in \mathcal{M}(\Omega), u \text{ is } m\text{-times weakly differentiable in } \Omega \text{ and } |\nabla^{(1+\epsilon)} u| \in X(\Omega), \epsilon = 0, 1, \dots, m\}$$

Here,  $\nabla^{(1+\epsilon)} u \nabla^{(1+\epsilon)} u$  denotes the vector of all  $(1 + \epsilon)(1 + \epsilon)$ -th order weak derivatives of  $uu$  and

$$\nabla^0 u = u. \nabla^0 u = u. \quad \text{The norm is then given}$$

$$\|u\|_{W^m X(\Omega)} := \sum_{\epsilon=-1}^m \|\nabla^{(1+\epsilon)} u\|_{X(\Omega)}$$

Now, one can select any r.i. space  $X(0,1)X(0,1)$  and seek to find an optimal range space.

Let  $\Omega$  be a John domain in  $\mathbb{R}^{(2+\epsilon)}, m \in \mathbb{N} \mathbb{R}^{(2+\epsilon)}, m \in \mathbb{N}$  such that  $m < 2 + \epsilon m < 2 + \epsilon$  and consider the spaces  $L^{1+\epsilon} \log^{1+\epsilon} L(\Omega) L^{1+\epsilon} \log^{1+\epsilon} L(\Omega)$  or  $L^{1+\epsilon} \log^{1+\epsilon} \log L(\Omega), \epsilon > 0$   $L^{1+\epsilon} \log^{1+\epsilon} \log L(\Omega), \epsilon > 0$  and  $1 + \epsilon \in \mathbb{R} 1 + \epsilon \in \mathbb{R}$  or  $\epsilon = 0$   $\epsilon = 0$  and  $, \epsilon \geq -1, \epsilon \geq -1$ . By [10, Theorem 6.12 and Example 6.14] (see also [3, Example 1 and 2]), we have

$$W^m L^{1+\epsilon} \log^{1+\epsilon} L(\Omega) \hookrightarrow \begin{cases} L^{\frac{\epsilon^2+3\epsilon+2}{2+\epsilon-m(1+\epsilon)}} \log^{\frac{\epsilon^2+3\epsilon+2}{2+\epsilon-m(1+\epsilon)}} L(\Omega), & 0 \leq \epsilon < 2\epsilon, \\ \exp L^{\frac{n}{2+\epsilon-m(2+\epsilon)}} L(\Omega), & \epsilon = 0, 1 < \epsilon, \\ \exp \exp L^{\frac{2+\epsilon}{2+\epsilon-m}}(\Omega), & \epsilon = 0, \quad \epsilon = 1, \\ L^\infty(\Omega), & \epsilon > 0 \text{ or } \epsilon = 0, \quad \epsilon = 1, \end{cases}$$

and

$$W^m L^{1+\epsilon} \log^{1+\epsilon} L(\Omega) \hookrightarrow \begin{cases} L^{\frac{\epsilon^2+3\epsilon+2}{2+\epsilon-m(1+\epsilon)} \log^{\frac{\epsilon^2+3\epsilon+2}{2+\epsilon-m(1+\epsilon)}} L(\Omega), & 0 \leq \epsilon < 2\epsilon, \\ \exp\left(\frac{2+\epsilon}{L^{2+\epsilon-m} \log^{2+\epsilon-m} L}\right)(\Omega), & \epsilon = 0, \\ L^\infty(\Omega), & 0 > \epsilon, \end{cases}$$

and all the targets are optimal among all Orlicz spaces. Let us investigate the optimal Orlicz domains.

**Example 5.1. a) Case**

$$Y(\Omega) = L^{\frac{\epsilon^2+3\epsilon+2}{2+\epsilon-m(1+\epsilon)} \log^{\frac{\epsilon^2+3\epsilon+2}{2+\epsilon-m(1+\epsilon)}} L(\Omega), 0 \leq \epsilon < 2\epsilon$$

$Y(\Omega) = L^{\frac{\epsilon^2+3\epsilon+2}{2+\epsilon-m(1+\epsilon)} \log^{\frac{\epsilon^2+3\epsilon+2}{2+\epsilon-m(1+\epsilon)}} L(\Omega), 0 \leq \epsilon < 2\epsilon$  .The space  $Y(\Omega)Y(\Omega)$  is not a Marcinkiewicz space, but instead of  $Y(\Omega)Y(\Omega)$  we can take the endpoint space  $M_\varphi(\Omega)M_\varphi(\Omega)$  with the same fundamental function as the spac  $Y(\Omega)Y(\Omega)$ ,

namely 
$$\varphi(1 - \epsilon) = (1 - \epsilon)^{\frac{2+\epsilon-m(1+\epsilon)}{\epsilon^2+3\epsilon+2} \log^{\frac{1+\epsilon}{1-\epsilon}} \left(\frac{2}{1-\epsilon}\right)}$$

$$\varphi(1 - \epsilon) = (1 - \epsilon)^{\frac{2+\epsilon-m(1+\epsilon)}{\epsilon^2+3\epsilon+2} \log^{\frac{1+\epsilon}{1-\epsilon}} \left(\frac{2}{1-\epsilon}\right), 0 < \epsilon < 1 \quad 0 < \epsilon < 1.$$

Now, thanks to reduction principle the problem of Sobolev

embedding is equivalent to the boundedness of the operator  $H_{2+\epsilon}^1$

$$H_{2+\epsilon}^1 .$$

By Theorem A, the optimal Orlicz domain space exists if and only if

$H_{2+\epsilon}^1 : L^B(0,1) \rightarrow M_\varphi(0,1)H_{2+\epsilon}^1 : L^B(0,1) \rightarrow M_\varphi(0,1)$  where, after some calculations,  $B(1 - \epsilon) = (1 - \epsilon)^{1+\epsilon} \log^{1+\epsilon}(1 - \epsilon)$   $B(1 - \epsilon) = (1 - \epsilon)^{1+\epsilon} \log^{1+\epsilon}(1 - \epsilon)$  for large  $(1 + \epsilon).(1 + \epsilon)$ . This is however the same as

$W^m L^{1+\epsilon} \log^{1+\epsilon} L(\Omega) \hookrightarrow M_\varphi(\Omega) W^m L^{1+\epsilon} \log^{1+\epsilon} L(\Omega) \hookrightarrow M_\varphi(\Omega)$   
 which is satisfied since  $W^m L^{1+\epsilon} \log^{1+\epsilon} L(\Omega) \hookrightarrow Y(\Omega) \subseteq M_\varphi(\Omega)$   
 $W^m L^{1+\epsilon} \log^{1+\epsilon} L(\Omega) \hookrightarrow Y(\Omega) \subseteq M_\varphi(\Omega)$ . Hence both domain and  
 rangespace in  $W^m L^{1+\epsilon} \log^{1+\epsilon} L(\Omega) \hookrightarrow L^{\frac{\epsilon^2+3\epsilon+2}{2+\epsilon-m(1+\epsilon)}} \log^{\frac{\epsilon^2+3\epsilon+2}{2+\epsilon-m(1+\epsilon)}} L(\Omega)$   
 $W^m L^{1+\epsilon} \log^{1+\epsilon} L(\Omega) \hookrightarrow L^{\frac{\epsilon^2+3\epsilon+2}{2+\epsilon-m(1+\epsilon)}} \log^{\frac{\epsilon^2+3\epsilon+2}{2+\epsilon-m(1+\epsilon)}} L(\Omega)$  are optimal  
 among Orlicz spaces.

b) Case  $Y(\Omega) = \exp L^{\frac{2+\epsilon}{2+\epsilon-m(2\epsilon)}} L(\Omega)$ ,  $\epsilon = 0, 1 < \epsilon$ .

$Y(\Omega) = \exp L^{\frac{2+\epsilon}{2+\epsilon-m(2\epsilon)}} L(\Omega)$ ,  $\epsilon = 0, 1 < \epsilon$ .

The Orlicz space  $Y(\Omega)Y(\Omega)$  coincides with the Marcinkiewicz endpoint space  $M_\varphi(\Omega)M_\varphi(\Omega)$  (cf. (2.1)) where

$$\varphi(1 - \epsilon) = \log^{-2\epsilon^2 - 3\epsilon + 1} \left( \frac{2}{1 - \epsilon} \right) \varphi(1 - \epsilon) = \log^{-2\epsilon^2 - 3\epsilon + 1} \left( \frac{2}{1 - \epsilon} \right)$$

,  $0 < \epsilon < 1, 0 < \epsilon < 1$ . Again by reduction principle and Theorem A we compute the Young function B and test the

boundedness of  $H^1_{\frac{1}{m}} H^1_{\frac{1}{m}}$  on the space  $L^B(0,1)L^B(0,1)$  or check

the condition using the function

$$G(1 - \epsilon) = \tilde{B}(1 - \epsilon)(1 - \epsilon)^{\frac{n}{(m-2+\epsilon)}}$$

$$G(1 - \epsilon) = \tilde{B}(1 - \epsilon)(1 - \epsilon)^{\frac{n}{(m-2+\epsilon)}}$$

We get

**Table 1**

Application of Theorem A for the operator  $H^1_{\frac{1}{m}} H^1_{\frac{1}{m}}$  and John domain (see [20]).

|  |   |  |
|--|---|--|
| $Y(\Omega)$  | $L^B(\Omega)$   | $G(\Omega)$  |
| $\frac{\epsilon^2+3\epsilon+2}{L^{2+\epsilon-m(1+\epsilon)}} \frac{\epsilon^2+3\epsilon+2}{\log^{2+\epsilon-m(1+\epsilon)}} L(\Omega),$      | $L^{1+\epsilon} \log^{1+\epsilon} L(\Omega)$                      | $(1+\epsilon)^{\frac{2+\epsilon}{m-2+\epsilon} + \frac{1+\epsilon}{\epsilon}} \log \frac{1+\epsilon}{\epsilon}$      |
| $0 \leq \epsilon < 2\epsilon$  |   | $(1+\epsilon)$   |
| $\frac{\epsilon^2+3\epsilon+2}{L^{2+\epsilon-m(1+\epsilon)}} \frac{\epsilon^2+3\epsilon+2}{\log^{2+\epsilon-m(1+\epsilon)}} \log L(\Omega),$ | $L^{1+\epsilon} \log^{1+\epsilon} \log L(\Omega)$                 | $(1+\epsilon)^{\frac{2+\epsilon}{m-2+\epsilon} + \frac{1+\epsilon}{\epsilon}} \log \frac{1+\epsilon}{\epsilon} \log$ |
| $0 \leq \epsilon < 2\epsilon$  |   | $(1+\epsilon)$   |
| $\exp L^{\frac{2+\epsilon}{2+\epsilon-m(2+\epsilon)}} L(\Omega), \epsilon = 0, 0 < \epsilon$   | $L^{1+\epsilon} \log^1 L(\Omega)$                                 | $\log^{\frac{2+\epsilon-m(2+\epsilon)}{2+\epsilon-m}} (1+\epsilon)$  |
| $\exp \exp L^{\frac{2+\epsilon}{2+\epsilon-m}}(\Omega), \epsilon = 0, 0 < \epsilon$  | $L^{1+\epsilon} \log^{-(1+\epsilon)} \log L(\Omega)$              | $\log \log(1+\epsilon)$  |
| $\exp \left( L^{\frac{2+\epsilon}{2+\epsilon-m}} \log^{\frac{m(1+\epsilon)}{2+\epsilon-m}} L \right) (\Omega),$                              | $L^{1+\epsilon} \log^\epsilon L \log^{1+\epsilon} \log L(\Omega)$ | $\log(1+\epsilon) \log^{\frac{m(1+\epsilon)}{m-2+\epsilon}} \log$  |
| $\epsilon = 0$   |   | $(1+\epsilon)$   |
| $L^\infty(\Omega) L^{1+2\epsilon}(\Omega)$   |   | 1  |

$$G(1+\epsilon) = \log^{\frac{2+\epsilon-m(2+\epsilon)}{2+\epsilon-m}} (1+\epsilon), 0 < \epsilon < \infty$$

$$G(1+\epsilon) = \log^{\frac{2+\epsilon-m(2+\epsilon)}{2+\epsilon-m}} (1+\epsilon), 0 < \epsilon < \infty.$$

Since 
$$\lim_{1+\epsilon \rightarrow \infty} \inf \frac{\log^{\frac{2+\epsilon-m(2+\epsilon)}{2+\epsilon-m}} (c(1+\epsilon))}{\log^{\frac{2+\epsilon-m(2+\epsilon)}{2+\epsilon-m(1+\epsilon)}}} = 1,$$

$$\lim_{1+\epsilon \rightarrow \infty} \inf \frac{\log^{\frac{2+\epsilon-m(2+\epsilon)}{2+\epsilon-m}} (c(1+\epsilon))}{\log^{\frac{2+\epsilon-m(2+\epsilon)}{2+\epsilon-m(1+\epsilon)}}} = 1, \text{ for every } C \geq 1C \geq 1$$

and  $G$  satisfies the  $\Delta_2$  condition we conclude that the space  $L^{1+\epsilon} \log^{1+\epsilon} L(\Omega) L^{1+\epsilon} \log^{1+\epsilon} L(\Omega)$  is not the largest Orlicz

space rendering  $W^m L^{1+\epsilon} \log^{1+\epsilon} L(\Omega) \hookrightarrow \exp L^{\frac{2+\epsilon}{2+\epsilon-m(2+\epsilon)}}(\Omega)$

$W^m L^{1+\epsilon} \log^{1+\epsilon} L(\Omega) \hookrightarrow \exp L^{\frac{2+\epsilon}{2+\epsilon-m(2+\epsilon)}}(\Omega)$  and no such Orlicz space exists. Just to compare, the space  $L^B(0,1)L^B(0,1)$  from Theorem A is  $L^{1+\epsilon} \log^1 L(0,1)L^{1+\epsilon} \log^1 L(0,1)$  which is too large. These two examples give us the outline how to use our results to investigate the optimal Orlicz domains. Other cases can be done in an analogous way and we just present the results (see, Table 1). Observe that the optimal Orlicz domains exist in subcritical cases, i.e. when  $0 \leq \epsilon < 2\epsilon, 0 \leq \epsilon < 2\epsilon$ , otherwise every Orlicz domain space can be improved.

### 1.2. Sobolev embeddings on Maz'ya classes

Our next applications are in Sobolev embeddings on wider family of subsets so-called Maz'ya classes. Let  $\Omega \subset \mathbb{R}^{(2+\epsilon)}$ ,  $\epsilon \geq 0, \mathbb{R}^{(2+\epsilon)}$ ,  $\epsilon \geq 0$ , with a normalized Lebesgue measure, i.e.  $|\Omega| = 1, |\Omega| = 1$ . Define the perimeter of a measurable  $E \subset \Omega$  in  $\Omega P(E, \Omega) = \mathcal{H}^{(1+\epsilon)}(\Omega \cap \partial^M E) \Omega P(E, \Omega) = \mathcal{H}^{(1+\epsilon)}(\Omega \cap \partial^M E)$  where  $\partial^M E$  denotes the essential boundary of  $E$ . The isoperimetric function

$I_\Omega: [0,1] \rightarrow [0, \infty]$  of  $\Omega$  is then given by

$$I_\Omega(1 - \epsilon) = \inf \left\{ P(E, \Omega), E \subseteq \Omega, 1 - \epsilon \leq |E| \leq \frac{1}{2} \right\}, 0 \leq \epsilon \leq \frac{1}{2}$$

$$I_\Omega(1 - \epsilon) = \inf \left\{ P(E, \Omega), E \subseteq \Omega, 1 - \epsilon \leq |E| \leq \frac{1}{2} \right\}, 0 \leq \epsilon \leq \frac{1}{2}$$

and  $I_\Omega(1 - \epsilon) = I_\Omega(-\epsilon)I_\Omega(1 - \epsilon) = I_\Omega(-\epsilon)$  if  $\frac{1}{2} < \epsilon \leq 1$ .

$\frac{1}{2} < \epsilon \leq 1$ . Given  $(1 - \epsilon) \in \left[ \frac{1}{(2+\epsilon)}, 1 \right] (1 - \epsilon) \in \left[ \frac{1}{(2+\epsilon)}, 1 \right]$

, we denote by  $\mathfrak{D}_{(1-\epsilon)} \mathfrak{D}_{(1-\epsilon)}$  the Maz'ya class of all Euclidean domains  $\Omega \subset \mathbb{R}^{(2+\epsilon)} \mathbb{R}^{(2+\epsilon)}$  such that  $I_\Omega(1 - \epsilon) \leq C(1 - \epsilon)^{1-\epsilon}$

$I_{\Omega}(1 - \epsilon)C(1 - \epsilon)^{1-\epsilon}$  for  $0 \leq \epsilon \leq \frac{1}{2}$   $0 \leq \epsilon \leq \frac{1}{2}$  for some positive  $C$ . The reduction theorem in the class  $\mathfrak{D}_{(1-\epsilon)}\mathfrak{D}_{(1-\epsilon)}$  [10, Theorem 6.4] takes the following form. Let  $2 + \epsilon \in \mathbb{N}, \epsilon \geq 0, m \in \mathbb{N}, 2 + \epsilon \in \mathbb{N}, \epsilon \geq 0, m \in \mathbb{N}$ , and  $(1 - \epsilon) \in [\frac{1}{(2+\epsilon)}, 1)$   $(1 - \epsilon) \in [\frac{1}{(2+\epsilon)}, 1)$ .

Let  $\|\cdot\|_{X(0,1)}, \|\cdot\|_{X(0,1)}$  and  $\|\cdot\|_{Y(0,1)}, \|\cdot\|_{Y(0,1)}$  be rearrangement-invariant function norms. Assume that there exists a constant  $C$  such that

$$\left\| \sum H_{m(-\epsilon)}^1 f_j \right\|_{Y(0,1)} \leq C \sum_j \|f_j\|_{X(0,1)} \tag{5.1}$$

for every nonnegative  $f_j \in X(0,1), f_j \in X(0,1)$ . Then the Sobolev embedding  $W^m X(\Omega) \hookrightarrow Y(\Omega)$  (5.2)

Holds for every  $\Omega \in \mathfrak{D}_{(1-\epsilon)}, \Omega \in \mathfrak{D}_{(1-\epsilon)}$ . Conversely, if the Sobolev embedding (5.2) holds for every  $\Omega \in \mathfrak{D}_{(1-\epsilon)}, \Omega \in \mathfrak{D}_{(1-\epsilon)}$ , then the inequality (5.1) holds. Notice the main difference between this statement and reduction principle for John domains. In the case of John domains the equivalence of Sobolev embedding and boundedness of Hardy type operator holds for every single domain  $\Omega$ , while in the Maz'ya classes  $\mathfrak{D}_{(1-\epsilon)}$  has to range among all domains in  $\mathfrak{D}_{(1-\epsilon)}$ . Let us mention similar examples for Orlicz spaces. Let  $m$  be an integer and  $1 - \epsilon \in [\frac{1}{(2+\epsilon)}, 1), 1 - \epsilon \in [\frac{1}{(2+\epsilon)}, 1)$  such that  $m(-\epsilon) < 1$

$m(-\epsilon) < 1$  and assume,  $\epsilon > 0, \epsilon > 0$  and  $1 + \epsilon \in \mathbb{R} 1 + \epsilon \in \mathbb{R}$  or  $\epsilon = 0 \epsilon = 0$  and,  $\epsilon \geq -1, \epsilon \geq -1$ . By [10, Theorem 6.12 and Example 6.14], we have

$$W^m L^{1+\epsilon} \log^{1+\epsilon} L(\Omega) \hookrightarrow \begin{cases} L^{\frac{\epsilon^2+3\epsilon+2}{2+\epsilon-m(1+\epsilon)} \log^{\frac{\epsilon^2+3\epsilon+2}{2+\epsilon-m(1+\epsilon)}} L(\Omega), & 0 \leq \epsilon < 2\epsilon, \\ \exp L^{\frac{2+\epsilon}{(2+\epsilon)-m(2+\epsilon)}} L(\Omega), & \epsilon = 0, 1 < \epsilon, \\ \exp \exp L^{\frac{2+\epsilon}{2+\epsilon-m}}(\Omega), & \epsilon = 0, \epsilon = 1, \\ L^\infty(\Omega), & 0 > \epsilon \text{ or } \epsilon = 0, \quad \epsilon = 1, \end{cases}$$

and

$$W^m L^{1+\epsilon} \log^{1+\epsilon} \log L(\Omega) \hookrightarrow \begin{cases} L^{\frac{\epsilon^2+3\epsilon+2}{2+\epsilon-m(1+\epsilon)} \log^{\frac{\epsilon^2+3\epsilon+2}{2+\epsilon-m(1+\epsilon)}} \log L(\Omega), & 0 \leq \epsilon < 2\epsilon, \\ \exp \left( L^{\frac{2+\epsilon}{2+\epsilon-m} \log^{\frac{m(1+\epsilon)}{2+\epsilon-m}} L} \right) (\Omega), & \epsilon = 0, \\ L^\infty(\Omega), & 0 > \epsilon, \end{cases}$$

Moreover, the target spaces are optimal among all Orlicz spaces, as  $\Omega$  ranges in  $\mathfrak{F}_{(1-\epsilon)} \cdot \mathfrak{F}_{(1-\epsilon)}$ .

**Table 2**

Application of Theorem A for the operator  $H_{m(-\epsilon)}^1 H_{m(-\epsilon)}^1$  and Maz'ya class (see [20]).

|             |               |             |
|-------------|---------------|-------------|
| $Y(\Omega)$ | $L^p(\Omega)$ | $G(\Omega)$ |
|-------------|---------------|-------------|

$$L^{\frac{1+\epsilon}{1-m(-\epsilon-\epsilon^2)}} \log^{\frac{1+\epsilon}{m(-\epsilon-\epsilon^2)}} L(\Omega) \quad L^{1+\epsilon} \log^{1+\epsilon} L(\Omega) \quad (1+\epsilon)^{\frac{1}{m(-\epsilon-1)} + \frac{1+\epsilon}{\epsilon}} \log^{\frac{1+\epsilon}{\epsilon}} (1+\epsilon)$$

$$0 \leq \epsilon < \frac{1}{m(-\epsilon)} - 1$$

$$L^{\frac{1+\epsilon}{1-m(\epsilon+\epsilon^2)}} \log^{\frac{1+\epsilon}{1-m(\epsilon+\epsilon^2)}} \log L(\Omega) \quad L^{1+\epsilon} \log^{1+\epsilon} \log L(\Omega) \quad (1+\epsilon)^{\frac{1}{m(\epsilon-1)} + \frac{1+\epsilon}{\epsilon}} \log^{\frac{1+\epsilon}{\epsilon}} \log(1+\epsilon)$$

$$0 \leq \epsilon < \frac{1}{m(\epsilon)} - 1$$

$$\exp L^{\frac{1}{1-(2+\epsilon)m(\epsilon)}} (\Omega) \epsilon = \frac{1}{m(\epsilon)} - 1, \quad L^{1+\epsilon} \log^1 L(\Omega) \quad \log^{\frac{1-(2+\epsilon)m(\epsilon)}{1-m(\epsilon)}} (1+\epsilon)$$

$$\exp \exp L^{\frac{1}{1-m(\epsilon)}} (\Omega), \quad \epsilon = \frac{1}{m(\epsilon)} - 1, \quad L^{1+\epsilon} \log^{-(1+\epsilon)} \log L(\Omega) \quad \log \log(1+\epsilon)$$

$$\exp \left( L^{\frac{1}{1-m(\epsilon)}} \log^{\frac{m(\epsilon+\epsilon^2)}{1-m(\epsilon)}} L \right) (\Omega) \quad L^{1+\epsilon} \log^\epsilon L \log^{1+\epsilon} \log L(\Omega) \log \left( \log^{\frac{m(\epsilon+\epsilon^2)}{m(\epsilon-1)}} \log(1+\epsilon) \right)$$

$$\epsilon = \frac{1}{m(\epsilon)} - 1$$

$$L^\infty(\Omega) L^{m(\epsilon)}(\Omega) \quad 1$$

Now one can apply Theorem A for the operator  $H_{m(-\epsilon)}^1 H_{m(-\epsilon)}^1$  in a analogous way as in Example 5.1 to investigate the optimal Orlicz domains.

As computation shows, in the case  $0 \leq \epsilon \leq \frac{1}{m(-\epsilon)} - 1$

$0 \leq \epsilon \leq \frac{1}{m(-\epsilon)} - 1$  the optimality is attained as  $\Omega$  ranges through  $\mathcal{J}_{(1-\epsilon)} \mathcal{J}_{(1-\epsilon)}$ . In the remaining examples there exists some  $\Omega$

in  $\mathcal{J}_{(1-\epsilon)}\mathcal{J}_{(1-\epsilon)}$  such that any Orlicz domain space in appropriate Sobolev embedding can be improved (see Table 2).

### 5.3. Sobolev trace embeddings

Our last application concerns the Sobolev trace embeddings. An open set  $\Omega$  in  $\mathbb{R}^{(1+2\epsilon)}\mathbb{R}^{(1+2\epsilon)}$  is said to have the cone property if there exists a finite cone  $\Lambda$  such that each point in  $\Omega$  is the vertex of a finite cone contained in  $\Omega$  and congruent to  $\Lambda$ .

Given an integer  $(1 + \epsilon)(1 + \epsilon)$  such that  $2\epsilon \geq \epsilon \geq 0, 2\epsilon \geq \epsilon \geq 0$ , we denote by  $\Omega_{(1+\epsilon)}\Omega_{(1+\epsilon)}$  the nonempty intersection of  $\Omega$  with a  $(1 + \epsilon)(1 + \epsilon)$ -dimensional affine subspace of  $\mathbb{R}^{(1+2\epsilon)}\mathbb{R}^{(1+2\epsilon)}$ . The reduction principle for trace embeddings [9 Theorem 1.3] now has the following form. Let  $\Omega$  be a bounded open set with cone property in  $\mathbb{R}^{(1+2\epsilon)}, 2\epsilon \geq 1.\mathbb{R}^{(1+2\epsilon)}, 2\epsilon \geq 1$ . Assume that  $m \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{N}$  and

$1 + \epsilon \in \mathbb{N}, 1 + \epsilon \in \mathbb{N}$  are such that  $2\epsilon \geq \epsilon \geq 0, 2\epsilon \geq \epsilon \geq 0$  and  $m \geq \epsilon, m \geq \epsilon$ . Let  $\|\cdot\|_{X(0,1)}, \|\cdot\|_{X(0,1)}$  and  $\|\cdot\|_{Y(0,1)}, \|\cdot\|_{Y(0,1)}$  be rearrangement-invariant function norms. Then the following facts are equivalent.

(i) The inequality 
$$\left\| H^{\frac{1+2\epsilon}{1+2\epsilon}} \left( \sum f_j \right) \right\|_{Y(0,1)} \leq C \sum \|f_j\|_{X(0,1)}$$
 
$$\left\| H^{\frac{1+2\epsilon}{1+2\epsilon}} \left( \sum f_j \right) \right\|_{Y(0,1)} \leq C \sum \|f_j\|_{X(0,1)}$$
 holds for some constant  $C$

and for every nonnegative  $f_j \in X(0,1), f_j \in X(0,1)$ .

(ii) The Sobolev trace embedding  $Tr: W^m X(\Omega) \rightarrow Y(\Omega_{1+\epsilon})$

$Tr: W^m X(\Omega) \rightarrow Y(\Omega_{1+\epsilon})$  holds.

**Table 3**

Application of Theorem A for the operator  $H \frac{1+\epsilon}{m} H \frac{1+\epsilon}{m}$  and domain with cone property (see [20]).

|  |   |   |
|--|---|---|
| $Y(\Omega)$  | $L^B(\Omega)$   | $G(\Omega)$   |
| $\frac{\epsilon^2+2\epsilon+1}{L^{1+2\epsilon-m(1+\epsilon)}} \frac{\epsilon^2+2\epsilon+1}{\log^{1+2\epsilon-m(1+\epsilon)}} L(\Omega),$      | $L^{1+\epsilon} \log^{1+\epsilon} L(\Omega)$                      | $(1+\epsilon)^{\frac{1+2\epsilon}{m-1+2\epsilon} + \frac{1+\epsilon}{\epsilon}} \log \frac{1+\epsilon}{\epsilon}$ |
| $0 \leq \epsilon < 2\epsilon$  |   | $(1+\epsilon)$  |
| $\frac{\epsilon^2+2\epsilon+1}{L^{1+2\epsilon-m(1+\epsilon)}} \frac{\epsilon^2+2\epsilon+1}{\log^{1+2\epsilon-m(1+\epsilon)}} \log L(\Omega),$ | $L^{1+\epsilon} \log^{1+\epsilon} \log L(\Omega)$                 | $(1+\epsilon)^{\frac{1+2\epsilon}{m-1+2\epsilon} + \frac{1+\epsilon}{\epsilon}} \log \frac{1+\epsilon}{\epsilon}$ |
| $0 \leq \epsilon < 2\epsilon$  |   | $\log(1+\epsilon)$  |
| $\exp L^{\frac{1+2\epsilon}{1+2\epsilon-m(2+\epsilon)}}(\Omega), \quad \epsilon = 0,$  | $L^{1+\epsilon} \log^1 L(\Omega)$                                 | $\log \frac{1+2\epsilon-m(2+\epsilon)}{1+2\epsilon-m} (1+\epsilon)$   |
| $1 < \epsilon$   |   |   |
| $\exp \exp L^{\frac{2+\epsilon}{2+\epsilon-m}}(\Omega), \quad \epsilon = 0, \epsilon = 1$  | $L^{1+\epsilon} \log^{-(1+\epsilon)} \log L(\Omega)$              | $\log \log(1+\epsilon)$   |
| $\exp \left( L^{\frac{1+2\epsilon}{1+2\epsilon-m} \log^{1+2\epsilon-m}} L \right) (\Omega) \epsilon = 0$                                       | $L^{1+\epsilon} \log^\epsilon L \log^{1+\epsilon} \log L(\Omega)$ | $\log(1+\epsilon) \log^{\frac{m(1+\epsilon)}{m-1+2\epsilon}} \log$  |
|  |   | $(1+\epsilon)$  |
| $L^\infty(\Omega) L^{1+2\epsilon}(\Omega)$   |   | 1   |

Let  $\Omega$  be a domain in  $\mathbb{R}^{(1+2\epsilon)} \mathbb{R}^{(1+2\epsilon)}$  with cone property,  $m \in \mathbb{N}, m < 1 + 2\epsilon, m \in \mathbb{N}, m < 1 + 2\epsilon$ , and consider again the spaces

$L^{1+\epsilon} \log^{1+\epsilon} L(\Omega)$   $L^{1+\epsilon} \log^{1+\epsilon} L(\Omega)$  or  $L^{1+\epsilon} \log^{1+\epsilon} \log L(\Omega), \epsilon > 0$   
 $L^{1+\epsilon} \log^{1+\epsilon} \log L(\Omega), \epsilon > 0$  and  $1 + \epsilon \in \mathbb{R} \mid 1 + \epsilon \in \mathbb{R}$  or  $\epsilon = 0$   
 $\epsilon = 0$  and  $\epsilon \geq -1, \epsilon \geq -1$ . By[9, Theorem 5.2, Example 5.3

and Example 5.4] we have

$$Tr: W^m L^{1+\epsilon} \log^{1+\epsilon} L(\Omega) \rightarrow \begin{cases} L^{\frac{\epsilon^2+2\epsilon+1}{1+2\epsilon-m(1+\epsilon)} \log^{\frac{\epsilon^2+2\epsilon+1}{1+2\epsilon-m(1+\epsilon)}} L(\Omega_{1+\epsilon}), & 0 \leq \epsilon < 2\epsilon, \\ \exp L^{\frac{1+2\epsilon}{1+2\epsilon-m(2+\epsilon)}}(\Omega_{1+\epsilon}), & \epsilon = 0, 0 < \epsilon, \\ \exp \exp L^{\frac{1+2\epsilon}{1+2\epsilon-m}}(\Omega_{1+\epsilon}), & \epsilon = 0, \epsilon = 1, \\ L^\infty(\Omega_{1+\epsilon}), & 0 > \epsilon \text{ or } \epsilon = 0, 1 > \epsilon, \end{cases}$$

and

$$Tr: W^m L^{1+\epsilon} \log^{1+\epsilon} \log L(\Omega) \rightarrow \begin{cases} L^{\frac{\epsilon^2+2\epsilon+1}{1+2\epsilon-m(1+\epsilon)} \log^{\frac{\epsilon^2+2\epsilon+1}{1+2\epsilon-m(1+\epsilon)}} \log L(\Omega_{1+\epsilon}), & 0 \leq \epsilon < 2\epsilon, \\ \exp\left(L^{\frac{1+2\epsilon}{1+2\epsilon-m} \log^{\frac{m(1+\epsilon)}{1+2\epsilon-m}} L}\right)(\Omega_{1+\epsilon}), & \epsilon = 0, \\ L^\infty(\Omega_{1+\epsilon}), & 0 > \epsilon, \end{cases}$$

and the range spaces being optimal in the class of Orlicz spaces.

Now, using Theorem A for the operator  $H^{\frac{1+\epsilon}{m}} H^{\frac{1+\epsilon}{m}}$ , one can investigate the optimal Orlicz domains. The situation is almost the same as in case of Sobolev embedding and hence we just present the results (see Table 3). Naturally, the optimality is attained only in the subcritical cases.

### 5.4. Extension to other r.i. target spaces

As we have seen in Example 5.1 a) in the case when the optimality is attained one can extend the positive result to other r.i. target spaces.

Let us now look closer on this phenomenon. Let  $(1 - \epsilon)(1 - \epsilon)$  and  $(1 + \epsilon)(1 + \epsilon)$  be fixed and let  $L^A(0,1)L^A(0,1)$  be an optimal Orlicz space rendering the relation  $H_{1-\epsilon}^{1+\epsilon}: L^A(0,1) \rightarrow M(0,1)$   $H_{1-\epsilon}^{1+\epsilon}: L^A(0,1) \rightarrow M(0,1)$  true, where  $M(0,1)M(0,1)$  is a given Marcinkiewicz endpoint space. We know from Theorem A that

not every Orlicz space is an optimal domain space, such spaces are exactly those for which the supremum operator  $(1 - \epsilon)_{1-\epsilon}$   $(1 - \epsilon)_{1-\epsilon}$  is bounded on their associate space. However, we can go the opposite direction. Suppose that  $L^A(0,1)L^A(0,1)$  is a given Orlicz space such that the operator  $(1 - \epsilon)_{1-\epsilon}(1 - \epsilon)_{1-\epsilon}$  is bounded on  $L^{\tilde{A}}(0,1)L^{\tilde{A}}(0,1)$ . Now thanks to the result of [17], the operator  $(1 - \epsilon)_{1-\epsilon}(1 - \epsilon)_{1-\epsilon}$  is bounded on some r.i. space  $X'(0,1)X'(0,1)$  if and only if the  $X(0,1)X(0,1)$  is optimal r.i. domain space for some r.i. target space . By Proposition 3.5, the norm of the best r.i. target space, say  $Y_{L^A}(0,1)Y_{L^A}(0,1)$ , is given by

$$\|\Sigma f_j\|_{(Y_{L^A})^r(0,1)} = \left\| (1 + \epsilon)^{-\epsilon} \int_0^{(1+\epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}}} \Sigma f_j^*(1 - \epsilon)d(1 - \epsilon) \right\|_{L^{\tilde{A}}(0,1)} .$$

$$\|\Sigma f_j\|_{(Y_{L^A})^r(0,1)} = \left\| (1 + \epsilon)^{-\epsilon} \int_0^{(1+\epsilon)^{\frac{1}{1+\epsilon}}} \Sigma f_j^*(1 - \epsilon)d(1 - \epsilon) \right\|_{L^{\tilde{A}}(0,1)} .$$

The fundamental function of  $Y_{L^A}Y_{L^A}$  say  $\varphi, \varphi$ , then satisfies (cf. (3.9))

$$\varphi(1 + \epsilon) \simeq (1 + \epsilon)^{-\epsilon(1+\epsilon)} E_{-\epsilon}^1((1 + \epsilon)^{-(1+\epsilon)})$$

$$\simeq (1 + \epsilon)^{-\epsilon(1+\epsilon)} \tilde{A}^{-1}((\epsilon^2 + 2\epsilon + 1)^{-(1+\epsilon)})$$

$$\simeq (1 + \epsilon)^{-\epsilon(1+\epsilon)} \tilde{A}^{-1}((\epsilon^2 + 2\epsilon + 1)^{-(1+\epsilon)}) .$$

Moreover, to the given Orlicz space  $L^A(0,1)L^A(0,1)$ , we are able to compute the appropriate Marcinkiewicz space  $M(0,1)M(0,1)$  . If we take a look at the proof of Theorem B again, we observe that in the case of optimality, (3.10) becomes actually equivalence, therefore the fundamental function of  $M(0,1)M(0,1)$  is equivalent to  $\varphi\varphi$ . Consequently, we obtain that the space  $L^A(0,1)L^A(0,1)$  is

the optimal Orlicz for every r.i. space  $Y(0,1)Y(0,1)$  satisfying  $Y_{L^A}(0,1) \subseteq Y(0,1) \subseteq M(0,1)Y_{L^A}(0,1) \subseteq Y(0,1) \subseteq M(0,1)$ .

**Example 5.2.** Let  $\Omega$  be a bounded Lipschitz domain in  $\mathbb{R}^{(2+\epsilon)}, \epsilon \geq 0, \mathbb{R}^{(2+\epsilon)}, \epsilon \geq 0,$  and  $0 \leq \epsilon \leq 2, 0 \leq \epsilon \leq 2$ . One can easily observe that  $(1 - \epsilon) \frac{1}{1+\epsilon} (1 - \epsilon) \frac{1}{1+\epsilon}$  is bounded on  $L^{(1+\epsilon)}(0,1) L^{(1+\epsilon)}(0,1)$ , where  $(1 + \epsilon)' = \frac{1+\epsilon}{\epsilon} (1 + \epsilon)' = \frac{1+\epsilon}{\epsilon}$ . Then the

optimal r.i. range space for the operator  $H_{\frac{1}{1+\epsilon}}^1 H_{\frac{1}{1+\epsilon}}^1$  is the Lorentz space  $L^{(1+\epsilon)^*,(1+\epsilon)}(0,1) L^{(1+\epsilon)^*,(1+\epsilon)}(0,1)$ , where

$$0 < \epsilon < 2\epsilon, \epsilon \geq 0, (1 + \epsilon)^* = \frac{2\epsilon^2 + 3\epsilon + 1}{\epsilon}$$

$$0 < \epsilon < 2\epsilon, \epsilon \geq 0, (1 + \epsilon)^* = \frac{2\epsilon^2 + 3\epsilon + 1}{\epsilon}.$$

Its fundamental function is equivalent to the power function  $(1 + \epsilon)^{\frac{1}{(1+\epsilon)^*}} (1 + \epsilon)^{\frac{1}{(1+\epsilon)^*}}$  and therefore, for every fixed  $1 \leq \epsilon \leq \infty, 0 \leq \epsilon \leq \infty, 1 \leq \epsilon \leq \infty, 0 \leq \epsilon \leq \infty$ , the Lebesgue space  $L^{1+\epsilon}(\Omega) L^{1+\epsilon}(\Omega)$  is the largest Orlicz space which renders the embedding  $W^1 L^{1+\epsilon}(\Omega) \hookrightarrow L^{(1+\epsilon)^*, 2\epsilon}(\Omega) W^1 L^{1+\epsilon}(\Omega) \hookrightarrow L^{(1+\epsilon)^*, 2\epsilon}(\Omega)$  true.

Similarly, for a given integer  $0 < \epsilon < 2\epsilon, 0 < \epsilon < 2\epsilon$  and  $0 \leq \epsilon \leq \infty, 0 \leq \epsilon \leq \infty$ , we obtain that  $L^{1+\epsilon}(\Omega) L^{1+\epsilon}(\Omega)$  is the largest Orlicz space in

$$W^1 L^{1+\epsilon}(\Omega) \hookrightarrow L^{\frac{\epsilon^2 + 3\epsilon + 1}{-\epsilon^2}, 2\epsilon}(\Omega) W^1 L^{1+\epsilon}(\Omega) \hookrightarrow L^{\frac{\epsilon^2 + 3\epsilon + 1}{-\epsilon^2}, 2\epsilon}(\Omega).$$

**Conclusion**

Finally we show that in general setting of rearrangement-invariant (r.i.) Banach function spaces, such questions were investigated using the method of reducing the Sobolev embeddings to the

boundedness of an appropriate modification of the weighted Hardy operator. In the setting of r.i. spaces, the optimal domain and the optimal target spaces are then explicitly described. We have also present some definitions and all the basic facts about Young functions and Orlicz Spaces. We use the easiest case of Sobolev embeddings, namely those acting on John domains. We present some applications in Sobolev embeddings on wider family of subsets so-called Maz'ya classes. Our last applications concerns the Sobolev trace embeddings.

**References:**

- [1] C. Bennet and R. Sharpley, *Interpolation of Operators*, (Academic Press, London, 1988).
- [2] A.-P. Calderón, Spaces between  $L^1L^1$  and  $L^\infty L^\infty$  and the theorem of Marcinkiewicz, *Studia Math.* 26 (1966), 273-299.
- [3] Cianchi, A.: A sharp embedding theorem for Orlicz-Sobolev spaces, *Indiana Univ. Math. J.* 45 (1996), no. 1, 39-65.
- [4] A. Cianchi. Optimal Orlicz-Sobolev embeddings, *Rev. Mat. Iberoam* 20 (2004),
- [5] A. Cianchi, Higher-order Sobolev and Poincaré inequalities in Orlicz spaces, *Forum Math.* 18 (5) (2006), 745-767.
- [6] A. Cianchi, Orlicz-Sobolev boundary trace embeddings, *Math. Z.* 266 (2) (2010), 431-449.
- [7] A. Cianchi, L. Pick, Sobolev embeddings into BMO, VMO, and  $L_\infty L_\infty$ , *Ark. Mat.* 36 (2) (1998), 317-340.
- [8] A. Cianchi, L. Pick, Optimal Gaussian-Sobolev embeddings, *J. Funct. Anal.* 256 (11) (2009), 3588-3642.
- [9] A. Cianchi and L. Pick, Optimal Sobolev trace embeddings, *Trans. Amer. Math. Soc.* (2016), <http://dx.doi.org/10.1090/tran/6606>. In press, article electronically published on January 19, 2016.
- [10] A. Cianchi, L. Pick, Slavíková, Higher-order Sobolev embeddings and isoperimetric inequalities, *Ady. Math.* 273 (2015), 568-650.
- [11] Edmunds, D.E. Kerman, R. A. and Pick, L.: Optimal Sobolev embeddings involving rearrangement invariant quasi-norms. *J. Funct. Anal.* 170 (2) (2000), 307-355.
- [12] L. Gross, Logarithmic Sobolev inequalities, *Amer. J. Math.* 97 (4) (1975), 1061-1083.
- [13] J. A. Herapel, G. R. Morns, N. S. Trudinger, On the sharpness of a limiting case of the Sobolev imbedding theorem, *Bull. Aust. Math. Soc.* 3 (1970), 369-373.

- [14] R.A. Hunt, On  $L(p, q)L(p, q)$  spaces, Enseign. Math. 12 (1966), 249-276.
- [15] R. Kerman, C. Phipps and L. Pick, Marcinkiewicz interpolation theorems for Orlicz and Lorentz gamma spaces, Publ. Mat. 58 (1) (2014), 3-30.
- [16] R. Kerman, L. Pick, Optimal Sobolev embeddings, Forum Math. 18 (4) (2006), 535-570.
- [17] R. Kerman, L. Pick, Optimal Sobolev embeddings spaces, Studia Math. 192 (3) (2009), 195-217.
- [18] G. G. Lorentz, On the theory of spaces  $\Lambda$ , Pacific J. Math. 1 (1951), 411-429.
- [19] V. G. Maz'ya, Sobolev spaces, Springer Ser. Sov Math. Springer-Verlag, Berlin, (1985), translated from the Russian by T. O. Shaposhnikova.
- [20] V. Musil, Optimal Orlicz domains in Sobolev embeddings into Marcinkiewicz spaces, J. Funct. Anal. Vol. 270 (7) (2016), 2663-2699.
- [21] R. O'Neil, Convolution operators and  $L(p, q)L(p, q)$  spaces, Duke Math. J. 30 (1963), 129-142.
- [22] J. Peetre, Espaces d'interpolation et théorème de Soboleff, Ann. Inst. Fourier 16 (1966), 279-317.
- [23] L. Pick, Optimal Sobolev embeddings, Rudolph Lipschitz Vorlesreihe, vol. 43, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität, (2011).
- [24] L. Pick, A. Kufner, O. John and S. Fučík, Function Spaces, Volume 1, 2<sup>nd</sup> Revised and Extended Edition, De Gruyter Series in Nonlinear Analysis and applications 14, De Gruyter, Berlin (2013).
- [25] S. L. Pokhozhaev, On eigenfunctions of the equation  $\delta u + \lambda f(u) = 0$ , Dokl. Akad. Nauk SSSR 165 (1965), 36-39.
- [26] Trudinger, N. S.: On imbeddings into Orlicz spaces and some

applications. J. Math. Mech. 17 (1967), 473-483.

[27] Yudovich, V. I.: Some estimates connected with integral operators and with solutions of elliptic equations, Dokl. Akad. Nauk SSSR 138 (1961) 805- 808. Translated in Soviet Math. Dokl. 2 (1961), 746-749.